

Άλμπερτ Αϊνστάιν: Από τα πιο μικρά μέχρι τα πιο μεγάλα...

Παναγιώτα Καντή

Τομέας Θεωρητικής Φυσικής, Τμήμα Φυσικής,
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Λέσχη Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

24 Μαΐου 2016

Εισαγωγή

- Ο Άλμπερτ Αϊνστάιν (Albert Einstein) γεννήθηκε στην Ulm της Γερμανίας στις 14 Μαρτίου του 1879, και έζησε επίσης στην Ελβετία και στις ΗΠΑ

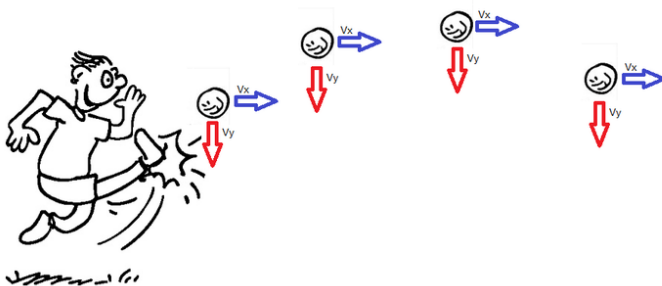
Το 1905, εργαζόμενος σε ένα γραφείο ευρεσιτεχνιών, ο Αϊνστάιν δημοσίευσε 4 εργασίες (!)

- 2 στην Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας
 - 1 στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (βραβείο Nobel το 1921)
 - 1 στην ισοδυναμία μάζας-ενέργειας ($E = mc^2$)
- Στις 25 Νοεμβρίου του 1915, ο Αϊνστάιν ολοκλήρωσε το άρθρο του στην Γενική Θεωρία της Σχετικότητας, την κορυφαία του δουλειά όπως πίστευε ο ίδιος



Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Μέχρι το 1905, η Νευτώνια Μηχανική, που αναπτύχθηκε από τον Γαλιλαίο και τον Νεύτωνα, περιέγραφε την κίνηση όλων των σωμάτων μέσα στον χώρο, όπως στην περίπτωση μιας βολής



Χρησιμοποιεί ως “βοηθητική” παράμετρο τον χρόνο για να ορίσει ποσότητες όπως η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

- Όμως, είχε γίνει ήδη φανερό ότι η θεωρία αυτή δεν περιγράφει σωστά την κίνηση σωμάτων με μεγάλες ταχύτητες
- Η βασική ιδέα της Ε.Θ.Σ. είναι ότι ο χώρος και ο χρόνος αποτελούν δύο διάκριτα, ισοδύναμα κομμάτια ενός ενιαίου υποβάθρου, του **χωρόχρονου**

Έτσι, αντί να μιλάμε για απόσταση δύο σημείων στον χώρο,

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

μιλάμε για ‘απόσταση’ ανάμεσα σε δύο γεγονότα μέσα στον χωρόχρονο

$$(\Delta s)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

- Η ‘απόσταση’ στο χωρόχρονο, ή το στοιχείο μήκους, είναι αμετάβλητη κάτω από μετασχηματισμούς Lorentz

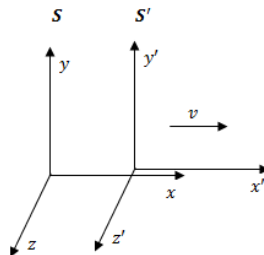
$$t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

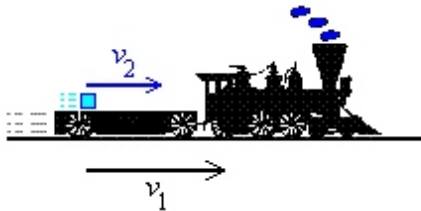
$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$



Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας συσχετίζει τις μετρήσεις που πραγματοποιεί ένας ακίνητος παρατηρητής με αυτές ενός κινούμενου παρατηρητή με σταθερή ταχύτητα v

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Μια συνηθισμένη διαδικασία στη Νευτώνια Μηχανική είναι αυτή της πρόσθεσης των ταχυτήτων



Ένας ακίνητος παρατηρητής στο έδαφος μετράει την τελική ταχύτητα του κιβωτίου να είναι

$$v = v_1 + v_2$$

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Ε.Θ.Σ. αντίθετα μας λέει ότι η τελική ταχύτητα δίνεται από την σχέση:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2 / c^2}$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό, και θέτει ως αξίωμα ότι δεν υπάρχει μεγαλύτερη ταχύτητα από αυτή στη φύση

Αν ένα διαστημόπλοιο κινείται με $v_1 = 0.5c$ και εκπέμπει μια φωτεινή ακτίνα με $v_2 = c$ προς την κατεύθυνση ενός παρατηρητή, τότε αυτός θα μετρήσει τελική ταχύτητα για την φωτεινή ακτίνα

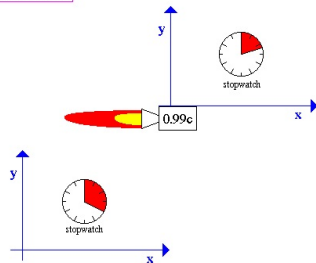
$$v_T = \frac{0.5c + c}{1 + (0.5c)(c)/c^2} = c \quad (!!!)$$

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Ε.Θ.Σ. προβλέπει δύο πολύ ενδιαφέροντα φαινόμενα: το πρώτο είναι η διαστολή του χρόνου

$$t = \gamma t' > t'$$

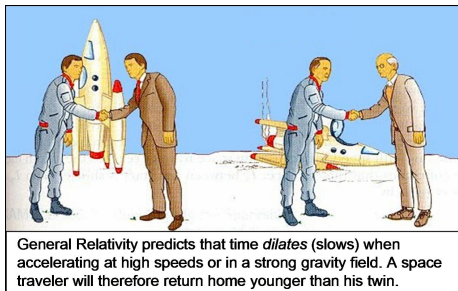
Time Dilation



Ένα κινούμενο ρολόι πηγαίνει πιο αργά από ένα ακίνητο ρολόι!
Επιβεβαιώθηκε πειραματικά το 1971 από τους Hafele & Keating που έκαναν τον γύρο της Γης σε αεροπλάνο με ατομικά ρολόγια

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Αναπόφευκτα, οδηγούμαστε τότε στο ‘παράδοξο των διδύμων’:



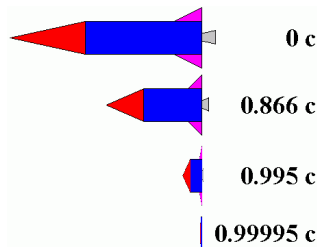
Ένας αστροναύτης θα είναι πολύ νεώτερος από τον δίδυμο αδερφό του όταν θα γυρίσει από το διαγαλαξιακό του ταξίδι

Το φαινόμενο έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά: ένα ακίνητο σώματιο διασπάται νωρίτερα εάν ακινητεί παρά όταν κινείται

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Το δεύτερο φαινόμενο που προβλέπει η Ε.Θ.Σ. είναι η συστολή του μήκους:

$$L' = \gamma L > L$$

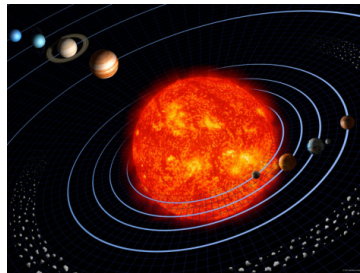
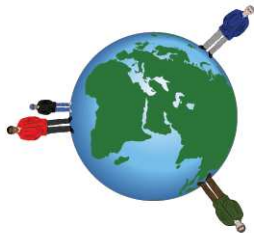


Ένας ακίνητος παρατηρητής μετράει μικρότερο μήκος για ένα κινούμενο αντικείμενο από ότι όταν αυτό ακινητεί

Έμμεση πειραματική επιβεβαίωση: η πυκνότητα ενός αερίου σωματιδίων είναι μεγαλύτερη κατά την διεύθυνση κίνησής τους

Η Νευτώνια Βαρύτητα

Η βαρυτική δύναμη είναι ανύπαρκτη στο επίπεδο των στοιχειωδών σωματιδίων αλλά κυρίαρχη στον μακρόκοσμο



Είναι η δύναμη που μας κρατά δέσμιους στην επιφάνεια της Γης αλλά και τους πλανήτες σε τροχιές γύρω από τον Ήλιο

Η Νευτώνια Βαρύτητα

Η μαθηματική θεωρία που περιγράφει την βαρυτική δύναμη αναπτύχθηκε από τον Ισαάκ Νεύτωνα (1686) – ο παγκόσμιος νόμος της βαρύτητας έχει την μορφή:

$$F = G_N \frac{M_1 M_2}{r^2}$$



Did you know? Sir Isaac Newton was born on January 4, 1643. He was a leader of the scientific revolution of the 17th century. Newton was a physicist and mathematician who laid the foundations of calculus. He studied planetary motion and is famous for discovering the law of gravity.

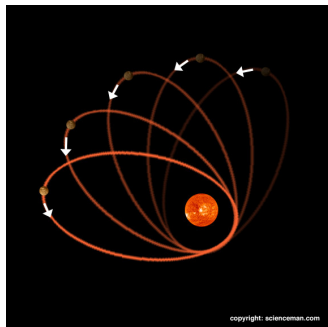
Η Νευτώνια Βαρύτητα

Η θεωρία του Νεύτωνα ήταν συμβατή με τις παρατηρήσεις του Τ. Μπράχε (1580) αλλά και τους νόμους του Γ. Κέπλερ (1609)

Εκτός ... από αυτή του πλανήτη Ερμή, ο οποίος εκτελεί μια περίεργη τροχιά στον ουρανό:
η τροχιά του Ερμή γύρω από τον Ήλιο 'μεταπίπτει'

Η μετάπτωση βρέθηκε να είναι ίση με 0.164 μοίρες κάθε 100 χρόνια!

Η θεωρία του Νεύτωνα προέβλεπε 0.151 μοίρες κάθε 100 χρόνια....(;)

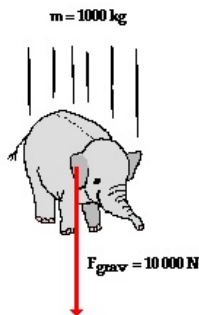


Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Η θεωρία του Νεύτωνα δεν ήταν επομένως όσο ακριβής θα θέλαμε ειδικά σε περιοχές έντονου βαρυτικού πεδίου

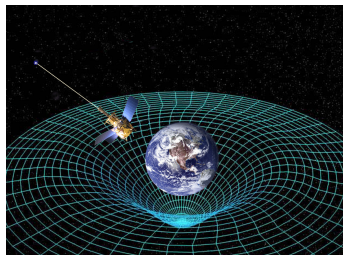
Ποιος όμως θα μπορούσε να φτιάξει μια καινούρια θεωρία;

Ο Αϊνστάιν έκανε την βασική παρατήρηση ότι όλα τα σώματα αισθάνονται την ίδια επιτάχυνση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Υπέθεσε ότι η επιτάχυνση που ασκεί το βαρυτικό πεδίο είναι μια 'εγγενής' ιδιότητα του χωρόχρονου



Είναι ανάλογη της μάζας του σώματος που δημιουργεί το βαρυτικό πεδίο ή της καμπυλότητας του χωρόχρονου, αφού

$$\text{Καμπυλότητα} = \text{Ενέργεια ή Μάζα}$$

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Τόσο ο Ευκλείδειος χώρος όσο και ο χωρόχρονος Minkowski είναι επίπεδοι – οι συντελεστές των απειροστών στοιχείων είναι μονάδες

$$ds^2 = \underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{-dt^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{dx^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{dy^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{dz^2},$$

- Καμπύλος Χωρόχρονος: Επιτρέπουμε μη τετριμμένες συναρτήσεις μπροστά από τα απειροστά στοιχεία. Π.χ.

$$ds^2 = -A(x^\mu) dt^2 + B(x^\mu) dx^2 + C(x^\mu) dy^2 + D(x^\mu) dz^2$$

Οι συναρτήσεις A, B, C, D αποτελούν στοιχεία του μετρικού τανυστή $g_{\mu\nu}$, ενός τανυστή 2ης τάξης (με 16 συνιστώσες)

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Τα στοιχεία του μετρικού τανυστή εξαρτώνται από την κατανομή μάζας και ενέργειας ($T_{\mu\nu}$) στον χωρόχρονο, και προσδιορίζονται μέσω των εξισώσεων πεδίου του Αϊνστάιν

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

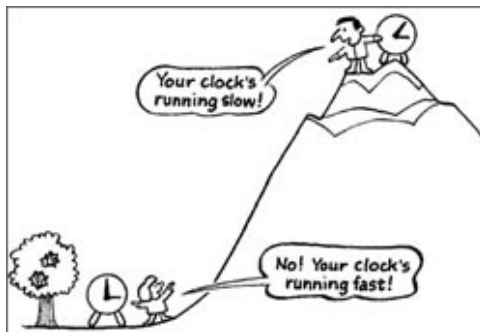
όπου $R_{\mu\nu}$ είναι ο τανυστής του Ricci, που δίνεται συναρτήσει παραγώγων του $g_{\mu\nu}$, ενώ $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$

Ανάγεται στην θεωρία του Νεύτωνα αλλά προβλέπει ακριβώς και:

- Την μετάπτωση του περιηλίου του Ερμή
- Την εκτροπή των ακτίνων φωτός από τον Ήλιο
- Την βαρυτική εξασθένηση του φωτός
- Την βαρυτική διαστολή του χρόνου

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Όσο πιο κοντά στο κέντρο του βαρυτικού πεδίου βρίσκεται ένα ρολόι τόσο πιο αργά 'τρέχει'



Όπως και στην Ε.Θ.Σ. η έννοια του 'ταυτόχρονου' δεν υπάρχει πλέον - πόσο σημαντικές είναι όμως αυτές οι διαφορές χρόνου;

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Έστω ένα αεροπλάνο που πετά σε υψόμετρο $H = 10000$ m με ταχύτητα $v = 700$ Km/ώρα. Τότε το ρολόι του θα δείχνει:

- Λόγω της κίνησής του, από την Ε.Θ.Σ.:

$$\Delta t' \simeq \Delta t \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) = \Delta t (1 - 2 \times 10^{-11})$$

- Λόγω του υψομέτρου του, από την Γ.Θ.Σ:

$$\Delta t' \simeq \Delta t \left(1 + \frac{gH}{c^2} \right) = \Delta t (1 + 1 \times 10^{-12})$$

Αποκατάσταση του ‘ταυτόχρονου’ μεταξύ ενός ακίνητου και ενός ιπτάμενου ρολογιού εάν $v^2 = 2gH$, δηλαδή $v = 1600$ Km/ώρα

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Μια ακριβής θεωρία των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων που:

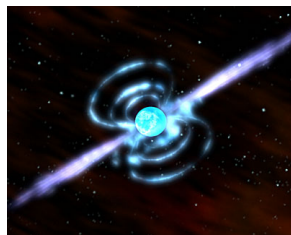
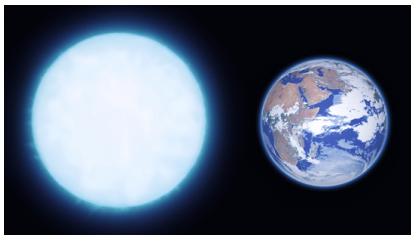
- περιγράφει το βαρυτικό πεδίο γύρω από την Γη, τον Ήλιο ή έναν Γαλαξία
- προβλέπει την ύπαρξη καινούργιων βαρυτικών λύσεων όπως οι μαύρες τρύπες ή οι σκουληχότρυπες (χωροχρονικά τούνελ)
- περιγράφει την εξέλιξη του ίδιου του Σύμπαντος



Μαύρες Τρύπες

Κάθε αστέρας παράγει τεράστια ποσά ενέργειας μέσω θερμοπυρηνικών αντιδράσεων που χρησιμοποιούν ως καύσιμο το υδρογόνο

Όταν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις σταματήσουν, ο αστέρας καταρρέει. Εάν η μάζα του $M \leq 1.4$ φορές την μάζα του Ήλιου, ο αστέρας μετατρέπεται σε λευκό νάνο – εάν $1.4 < M \leq 3.2$ φορές την μάζα του Ήλιου, μετατρέπεται σε αστέρα νετρονίων

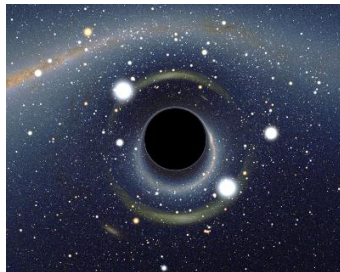


Μαύρες Τρύπες

- Εάν όμως η μάζα του αστέρα είναι ακόμα μεγαλύτερη, ο αστέρας καταρρέει έως ότου όλη του η μάζα συρρικνωθεί σε ένα και μοναδικό σημείο

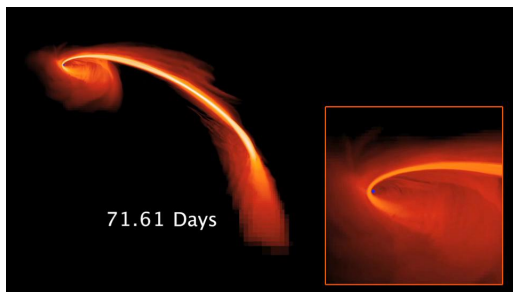
Το σημείο αυτό ονομάζεται χωροχρονική ιδιομορφία και περιβάλλεται από μια σφαιρική επιφάνεια, τον ορίζοντα γεγονότων

Όποιο σώμα περάσει τον ορίζοντα γεγονότων δεν θα γυρίσει ποτέ πια πίσω – ακόμα και τα φωτόνια



Μαύρες Τρύπες

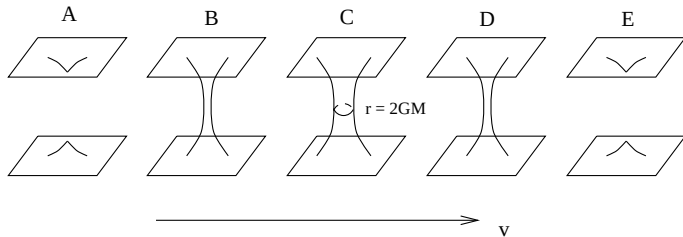
- Υπάρχουν μαύρες οπές; Έχουμε ισχυρές ενδείξεις πως ναι!
Έχουμε ‘δει’ μαύρες οπές στα κέντρα γαλαξιών και αστρικών
σμηνών (τεράστιες συγκεντρώσεις μάζας!) καθώς και σε
συστήματα αστέρων



Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

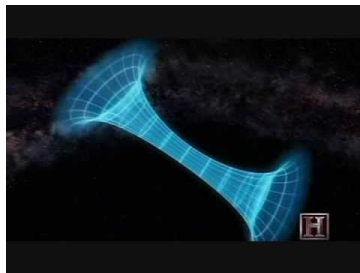
Η χωροχρονική ιδιομορφία – ένα σημείο άπειρης πυκνότητας – χρύβεται στο εσωτερικό της μαύρης τρύπας. Πάντοτε;

Όχι πάντα... Το εσωτερικό μιας Μαύρης Τρύπας δεν είναι στατικό: στη θέση της ιδιομορφίας ένας 'λαιμός' εμφανίζεται, ζει για λίγο και εξαφανίζεται



Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

Ο λαιμός συνδέει μια περιοχή του σύμπαντός μας με μια άλλη απομακρυσμένη περιοχή που δεν θα μπορούσαμε ποτέ να φτάσουμε.... ή με μια περιοχή ενός άλλου σύμπαντος!



Το πέραςμα αυτό ονομάστηκε γέφυρα Αινστάιν-Ρόουζεν (1935)
ή χωροχρονικό τούνελ ή σκουληκότρυπα

Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια γέφυρα Einstein-Rosen για διαστημικά ταξίδια; Δυστυχώς όχι...

- Ο λαιμός ανοίγει και κλείνει τόσο γρήγορα που ούτε ένα φωτόνιο δεν προλαβαίνει να περάσει
- Ο ορίζοντας της λευκής οπής – το σημείο εξόδου – είναι ασταθής (Eardley, 1974)
- Οι βαρυτικές δυνάμεις στον ορίζοντα είναι τεράστιες

Άρα, η σκουληκότρυπα μαύρης-λευκής οπής (Schwarzschild), όπως και άλλες που βρέθηκαν στα πλαίσια της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας, δεν είναι ‘διασχίσιμες’

Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

- Μια Ενδιαφέρουσα Ιστορία: Στη δεκαετία του '80, ο Carl Sagan έγραψε το βιβλίο επιστημονικής φαντασίας *Contact*

Σε αυτό, η ηρωίδα, μέσω μιας σκουληκότρυπας, μεταφέρεται σε απομακρυσμένο σημείο του σύμπαντος κι επιστρέφει σώα

Μετά από παράκληση του Carl Sagan, ο Kip Thorne ανέλαβε να διερευνήσει εκ νέου την πιθανότητα να συμβεί κάτι τέτοιο

Το *Contact* κυκλοφόρησε το 1985, και η επιστημονική εργασία των Morris-Thorne το 1987 με πολύ ενδιαφέροντα αποτελέσματα...

Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

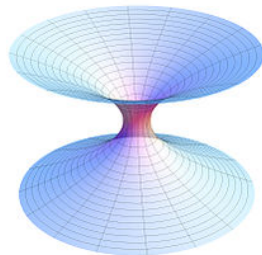
- Το Βασικό Συμπέρασμα: “Μια διασχίσιμη σκουληκότρυπα δεν πρέπει να έχει ούτε ορίζοντα ούτε ιδιομορφία – δηλαδή, να μην σχετίζεται καθόλου με μια μαύρη οπή”

Οι Morris & Thorne απαίτησαν:

- την ύπαρξη δύο απομακρυσμένων περιοχών και του λαιμού
- την απουσία ορίζοντα ή ιδιομορφίας

Όμως ο λαιμός παραμένει ανοιχτός μόνο αν υποθέσουμε ότι γύρω του υπάρχει μια εξωτική κατανομή ύλης (παραβίαση της συνθήκης $\rho \leq \rho$)

Αδιέξοδο και πάλι....;



Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

Λύσεις σκουληκότρυπων αναζητούνται από τότε στα πλαίσια γενικευμένων θεωριών βαρύτητας

- Θεωρία Υπερχορδών: Μια γεωμετρική θεωρία σε ανώτερο αριθμό διαστάσεων, που ανάγεται σε μια πλούσια βαρυτική θεωρία στις χαμηλές ενέργειες

Στα πλαίσια μιας απλής μορφής της παραπάνω θεωρίας που περιέχει στις εξισώσεις πεδίου, εκτός από τα $R_{\mu\nu}$ και R , και τον ανώτερο γεωμετρικό όρο Gauss-Bonnet

$$R_{\text{GB}}^2 = R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + R^2,$$

βρήκαμε νέες λύσεις σκουληκότρυπων...

Σκουληκότρυπες ή Χωροχρονικά τούνελ

Οι λύσεις σκουληκότρυπων που βρήκαμε (Kanti, Kleihaus & Kunz, 2011):

- δεν απαιτούν εξωτική ύλη: $\rho_{ολ} \geq \rho_{ολ}$ αλλά

$$\rho_{ολ} = \rho_{υλ} + \rho_{extra}, \quad \rho_{ολ} = \rho_{υλ} + \rho_{extra}$$

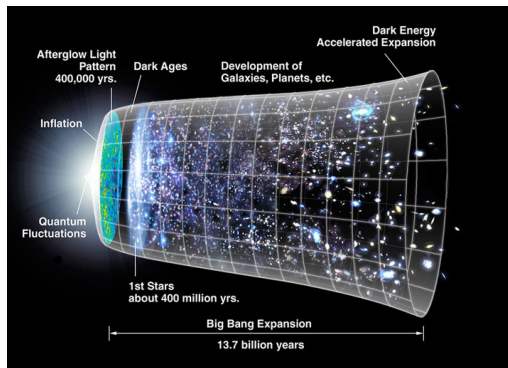
- είναι όσο μεγάλες θέλουμε
- είναι διασχίσιμες από σωματίδια
- είναι ευσταθείς σε διαταραχές

Περαιτέρω διάβασμα: New Scientist,
τεύχος 10ης Μαρτίου 2012



Η Εξέλιξη του Σύμπαντος

Το σύμπαν μας εξελίσσεται με τον χρόνο: γεννήθηκε από ένα και μοναδικό σημείο (το σημείο της Μεγάλης Έκρηξης) πριν από 14 δισεκατομμύρια χρόνια και από τότε διαστέλεται συνεχώς και θα διαστέλεται για πάντα



Συμπεράσματα

- Από τις αρχές του 20ου αιώνα, όλες οι προβλέψεις της Ε.Θ.Σ. και οι περισσότερες της Γ.Θ.Σ. έχουν επιβεβαιωθεί
- Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας βρίσκει τεράστια εφαρμογή στον μικρόκοσμο ενώ η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας στον μακρόκοσμο
- Για την διατύπωσή τους, ο Αϊνστάιν βασίστηκε στις υπάρχουσες θεωρίες και ιδέες της εποχής του και τις συνδύασε αρμονικά σε ένα καινούριο πλαίσιο
- Θεωρείται ως ο επιστήμονας που επηρέασε τον τρόπο σκέψης μας περισσότερο από κάθε άλλον

Συμπεράσματα

Ένας τέλειος μαθητής, φοιτητής ή επιστήμονας; Κάθε άλλο...

- Είχε δυσκολίες στην ομιλία του ως παιδί, και δυσκολεύτηκε να τελειώσει το λύκειο
- Δεν κατάφερε να βρει ακαδημαϊκή θέση για πολλά χρόνια
- Δεν συμπάθησε ποτέ την Κβαντική Φυσική και την ίδια την εξέλιξη του σύμπαντος. Δούλεψε για χρόνια στην Θεωρία των Πάντων αλλά χωρίς αποτέλεσμα...

“Αυτός που δεν έκανε ποτέ κανένα λάθος δεν δοκίμασε ποτέ κάτι καινούριο”

“Ευφυΐα είναι 1% ταλέντο και 99% σκληρή δουλειά”

Άλμπερτ Αϊνστάιν