



Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΧΡΥΣΗΣ ΤΟΜΗΣ

Η Αφετηρία

- Πρώτη καταγεγραμμένη αναφορά από τον Ευκλείδη (350 – 270 π.Χ.)
- Ορισμός Άκρου και Μέσου Λόγου



« Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμηῆσθαι λέγεται, ὅταν ἦ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον τμήμα, οὕτως τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαττον. »

Ευθύγραμμο τμήμα λέγεται ὅτι ἔχει τμηθεῖ σε ἄκρο και μέσο λόγο, ὅταν ὅπως ἔχει το ολόκληρο (τμήμα) προς το μεγαλύτερο, ἔχει και το μεγαλύτερο προς το μικρότερο.

$$\frac{\text{ΟΛΟΚΛΗΡΟ}}{\text{ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ}} = \frac{\text{ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ}}{\text{ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ}}$$



Ευθύγραμμο τμήμα λέγεται ότι έχει τμηθεί σε **άκρο και μέσο λόγο**, όταν όπως έχει το ολόκληρο (τμήμα) προς το μεγαλύτερο, έχει και το μεγαλύτερο προς το μικρότερο.

$$\frac{\text{ΟΛΟΚΛΗΡΟ}}{\text{ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ}} = \frac{\text{ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ}}{\text{ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ}}$$

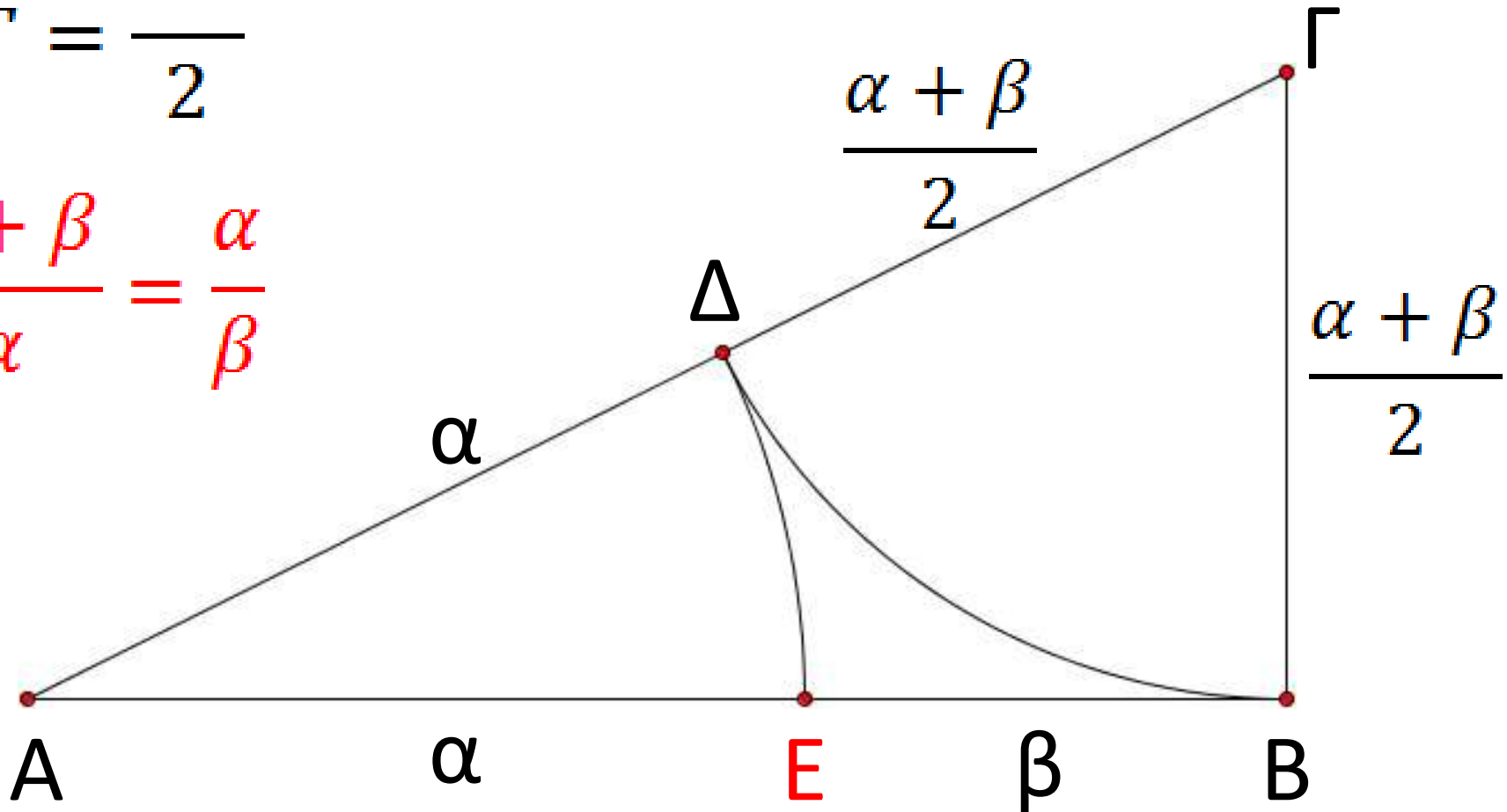


$$\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{EB} \Leftrightarrow \boxed{\frac{\alpha + \beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta}}$$

Η Γεωμετρική Κατασκευή

$$B\Gamma = \frac{AB}{2}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta}$$





$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$x = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x} = x$$

$$\boxed{x^2 = x + 1}$$

$$x = \frac{\alpha}{\beta} > 0$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180339 \dots$$

Ο αριθμός $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ λέγεται *ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ*

συμβολίζεται με φ ή Φ

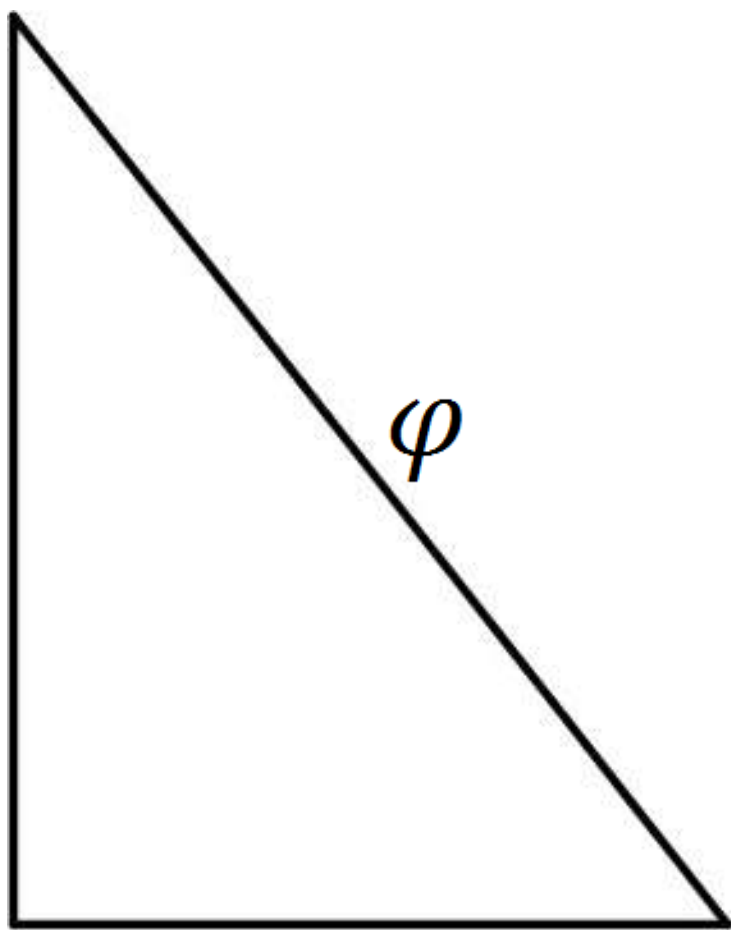
Martin Ohm
1835

Mark Barr
1910

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

$$\varphi^2 = \sqrt{\varphi}^2 + 1^2$$

$\sqrt{\varphi}$



*Οι αριθμοί $1, \sqrt{\varphi}, \varphi$ είναι
διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.*

Λούκα Πασιόλι
1447-1517



«Δεν υπάρχει τέχνη χωρίς
μαθηματικά.»

Λεονάρντο Ντα Βίντσι
1452-1519



**ΘΕΙΑ
ΑΝΑΛΟΓΙΑ**

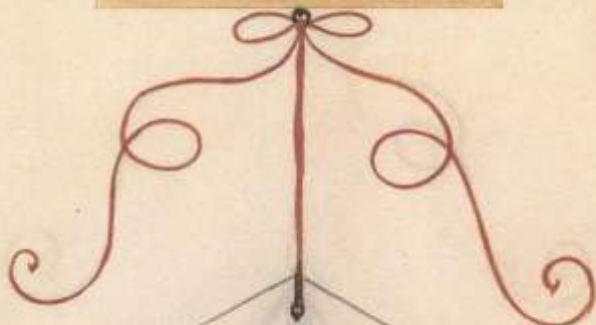


Divina

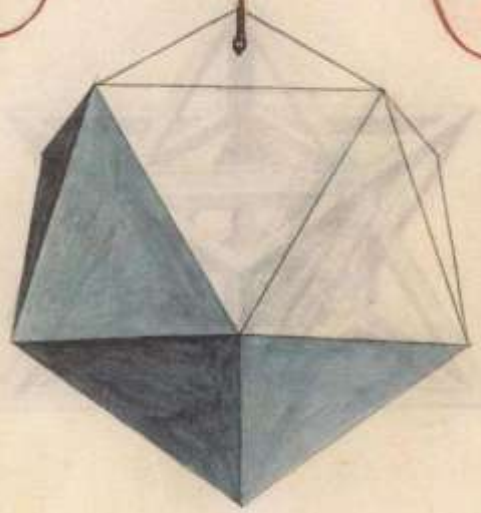
proporzione

Opera a tutti gli ingegni perspicaci e curiosi necessaria **O**ne ciascun studioso di **P**hilosophia: **P**rospectiva **P**ictura **S**culptura: **A**rchitectura: **M**usica: e altre **M**athematiche: sua uissima: sottile: e admirabile doctrina consequira: e delectarassi cō varie questione de secretissima scien-
tia.

YCOCEDRON PLANVS.
SOLIDVS.



XXI



Secundus p[ro]p[ter]...

DVODECEDRON FLA
NVS SOLIDVS



XXII



Secundus p[ro]p[ter]...

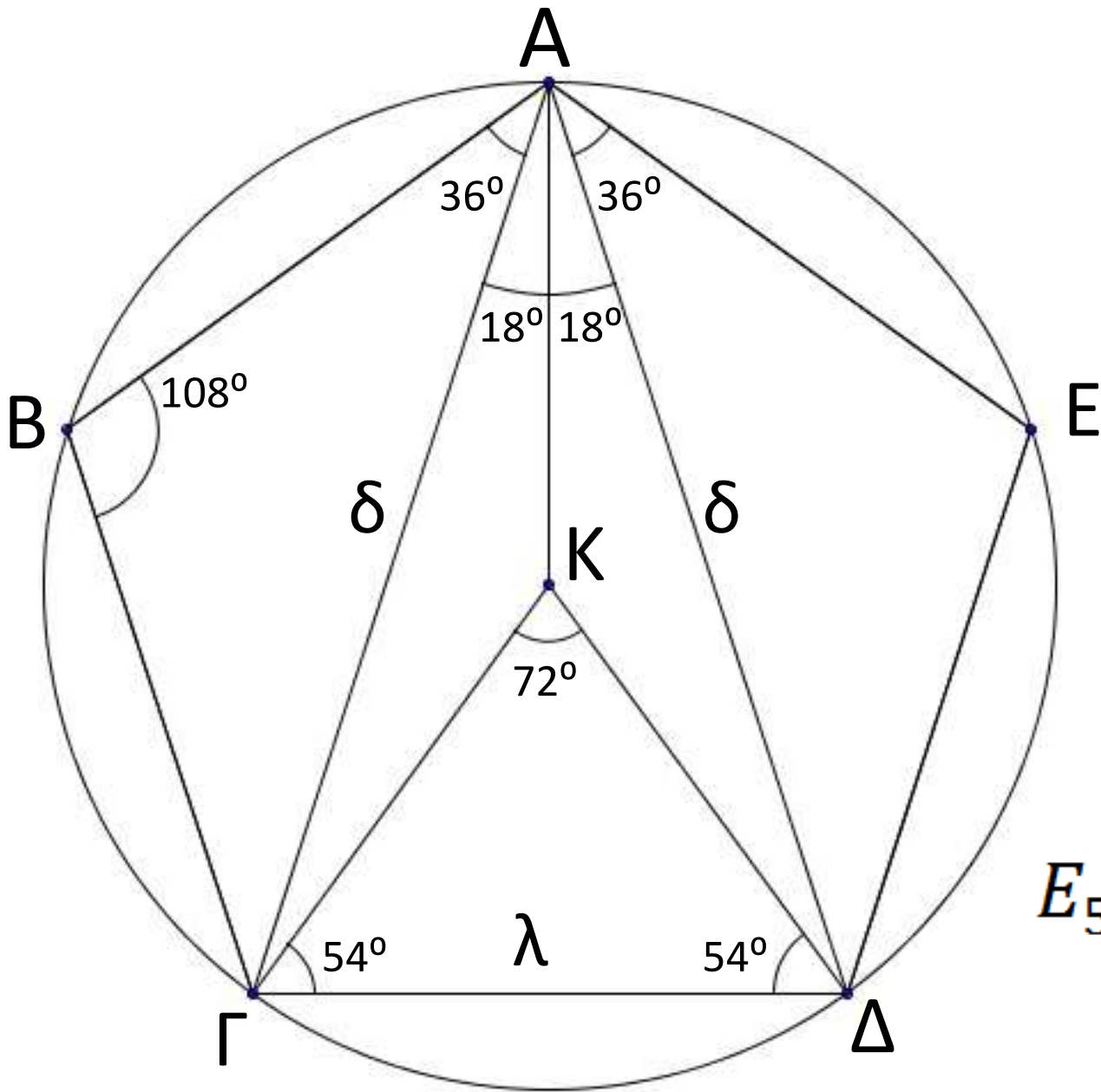
Τριγωνομετρικοί Αριθμοί

$$\sin 18^\circ = \frac{1}{2\sqrt{\varphi + 1}}$$

$$\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{3 - \varphi}}{2}$$

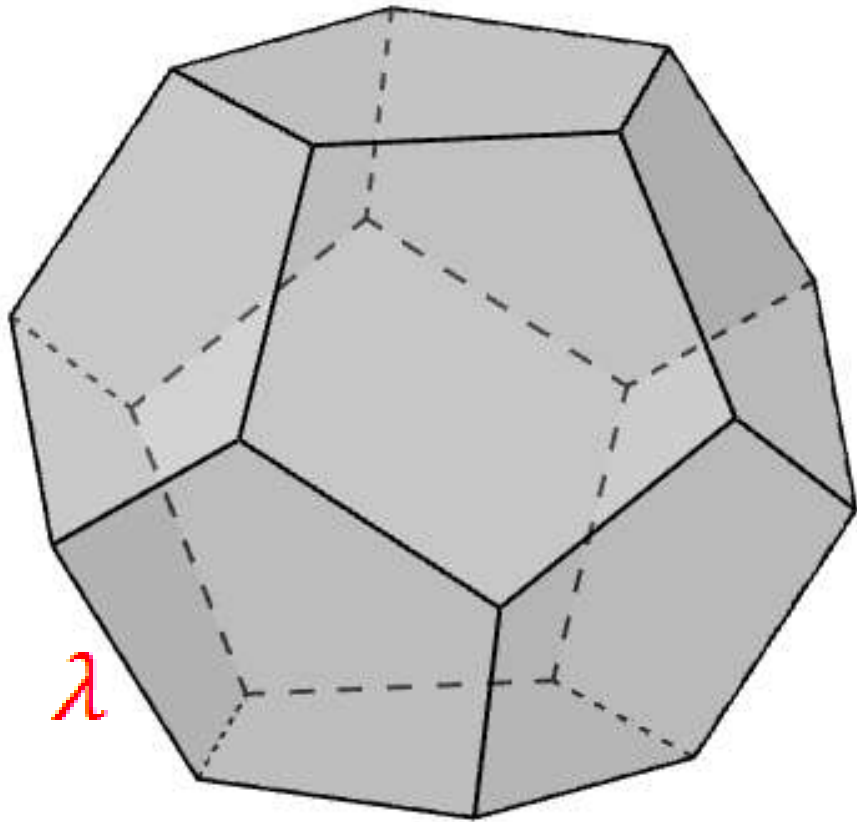
$$\sin 54^\circ = \frac{\sqrt{1 + \varphi}}{2}$$

$$\sin 72^\circ = \frac{\varphi\sqrt{3 - \varphi}}{2}$$



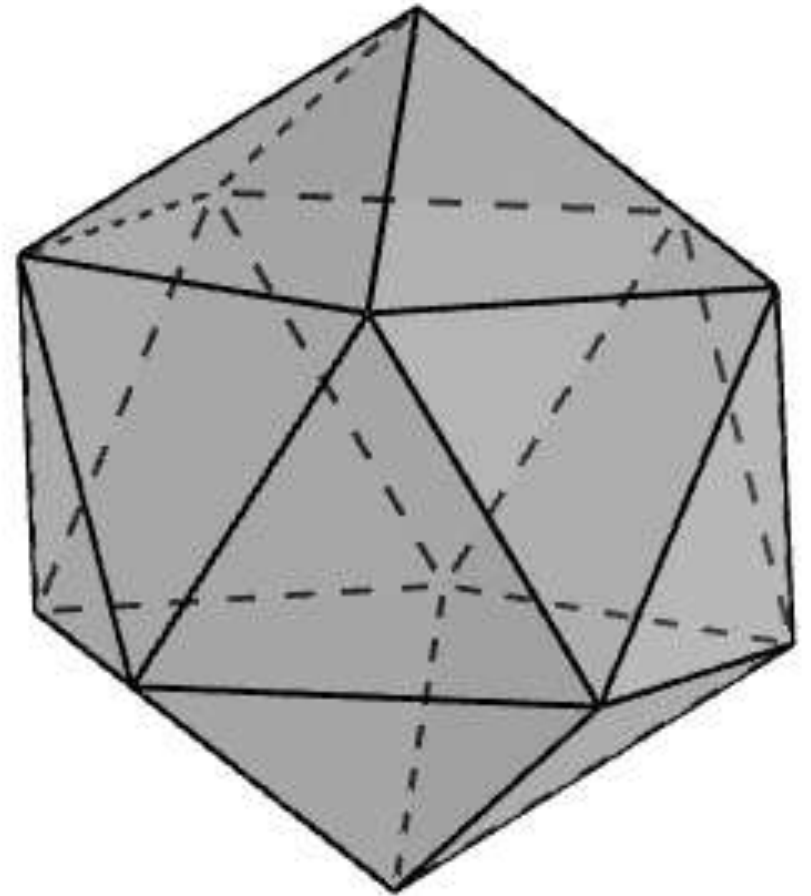
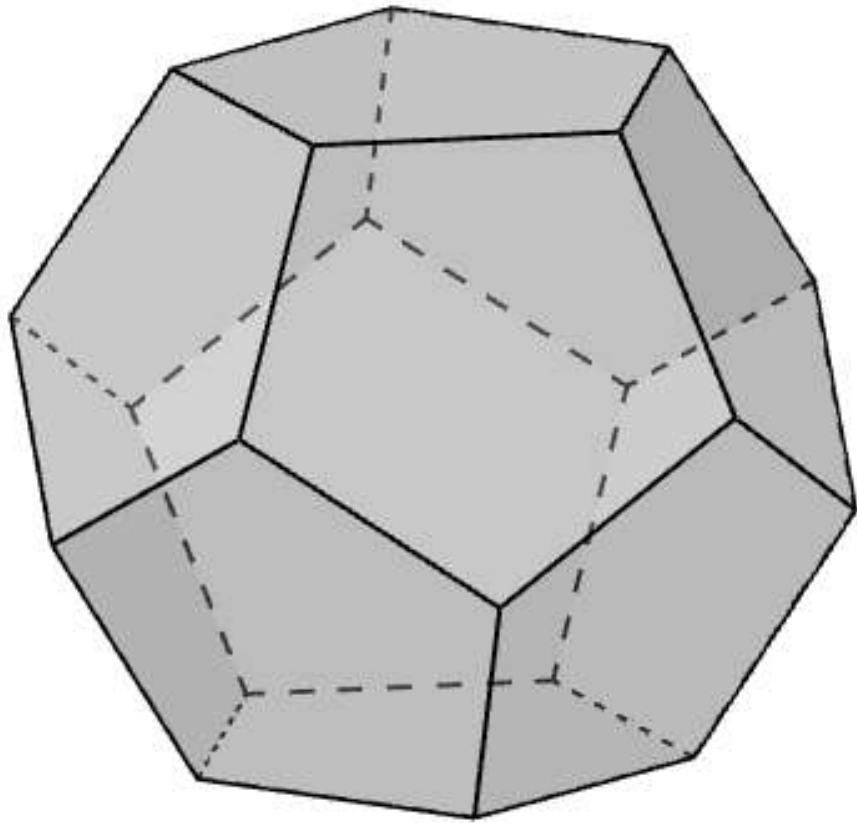
$$\frac{\delta}{\lambda} = \varphi$$

$$E_5 = \frac{5\lambda^2 \varphi}{4\sqrt{3 - \varphi}}$$



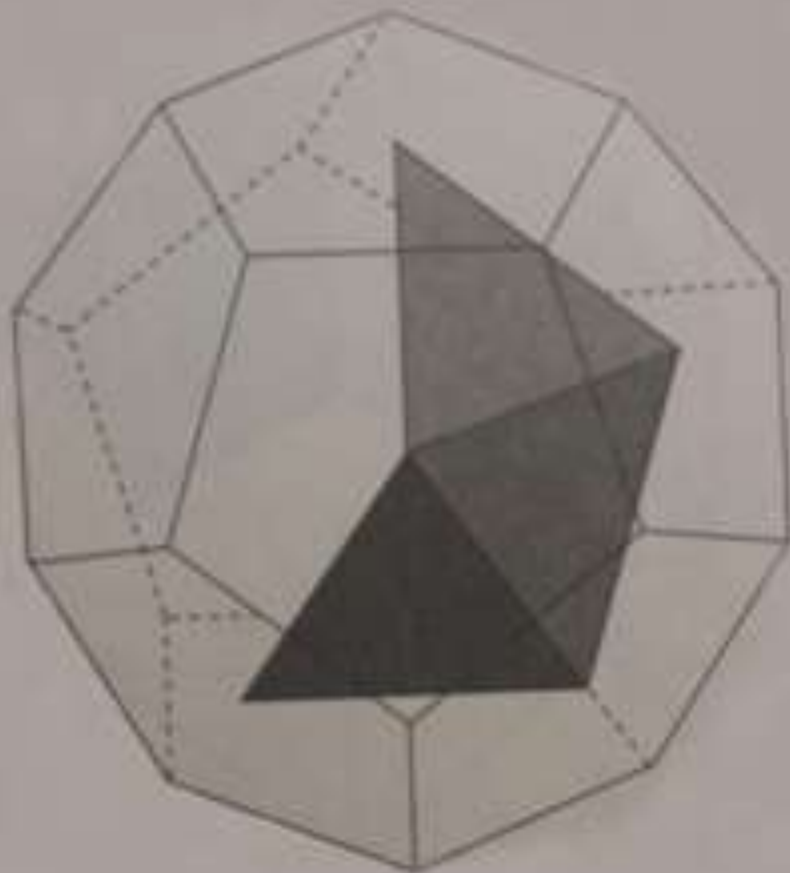
$$E_{12} = 15 \frac{\varphi \lambda^2}{\sqrt{3 - \varphi}}$$

$$V_{12} = \frac{5\varphi}{2} \frac{\varphi^2 \lambda^3}{3 - \varphi}$$



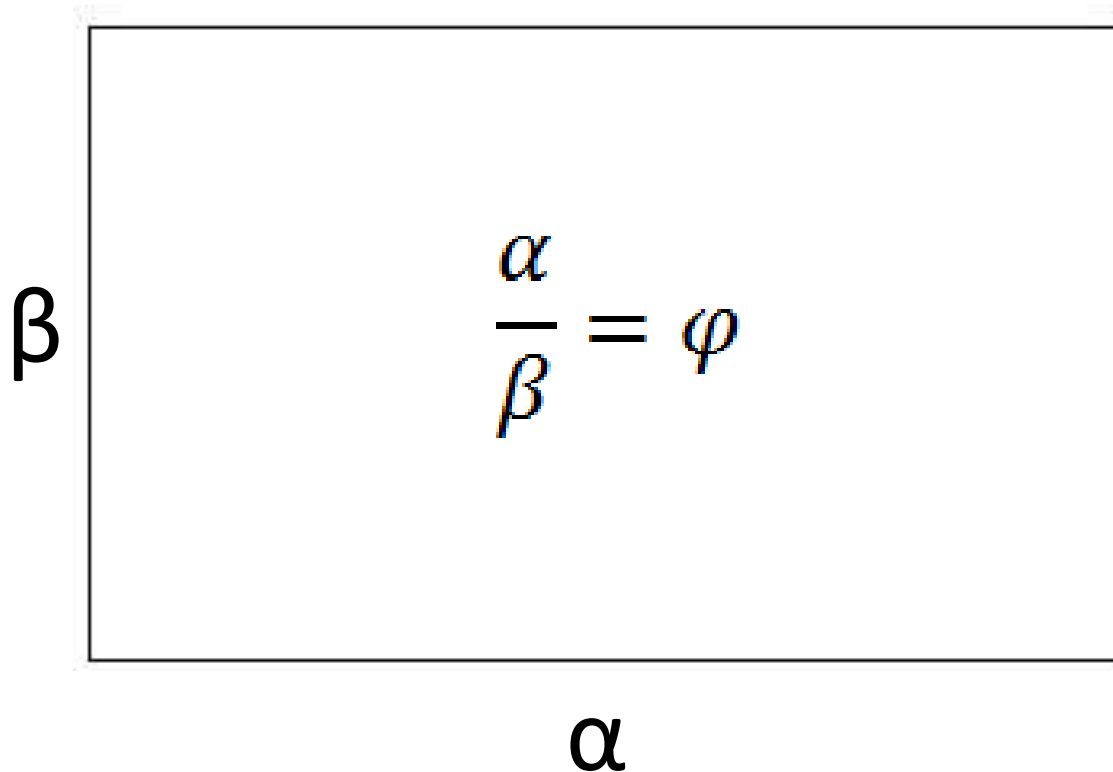
	(<i>E</i>) Έδρες	(<i>A</i>) Ακμές	(<i>K</i>) Κορυφές
<i>Δωδεκάεδρο</i>	12	30	20
<i>Εικοσάεδρο</i>	20	30	12

$$V_{20} = \frac{5\varphi^2\lambda^3}{6}$$



$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618 \dots \quad \varphi^2 = \varphi + 1$$

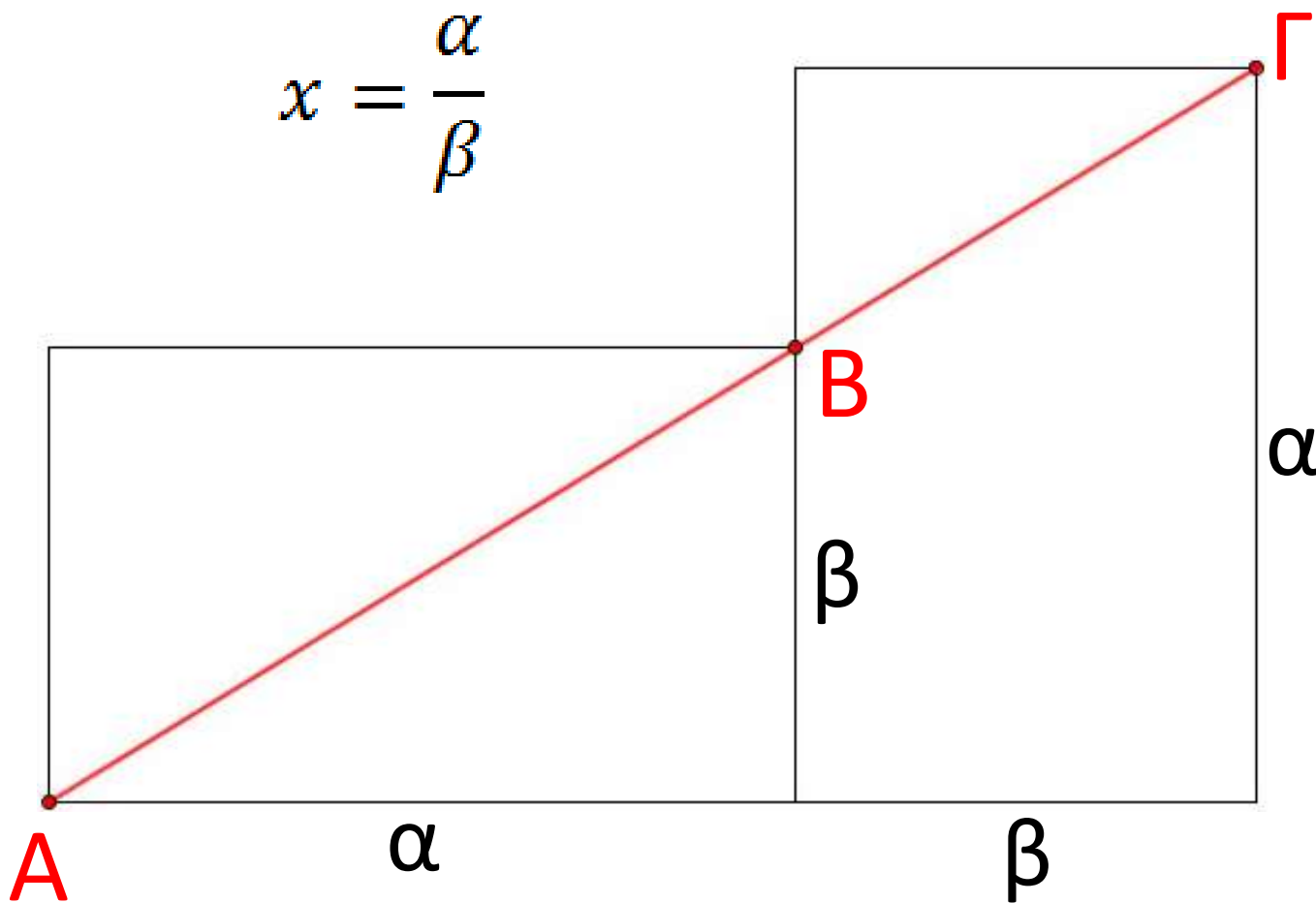
Το χρυσό Ορθογώνιο



$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618 \dots$$

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

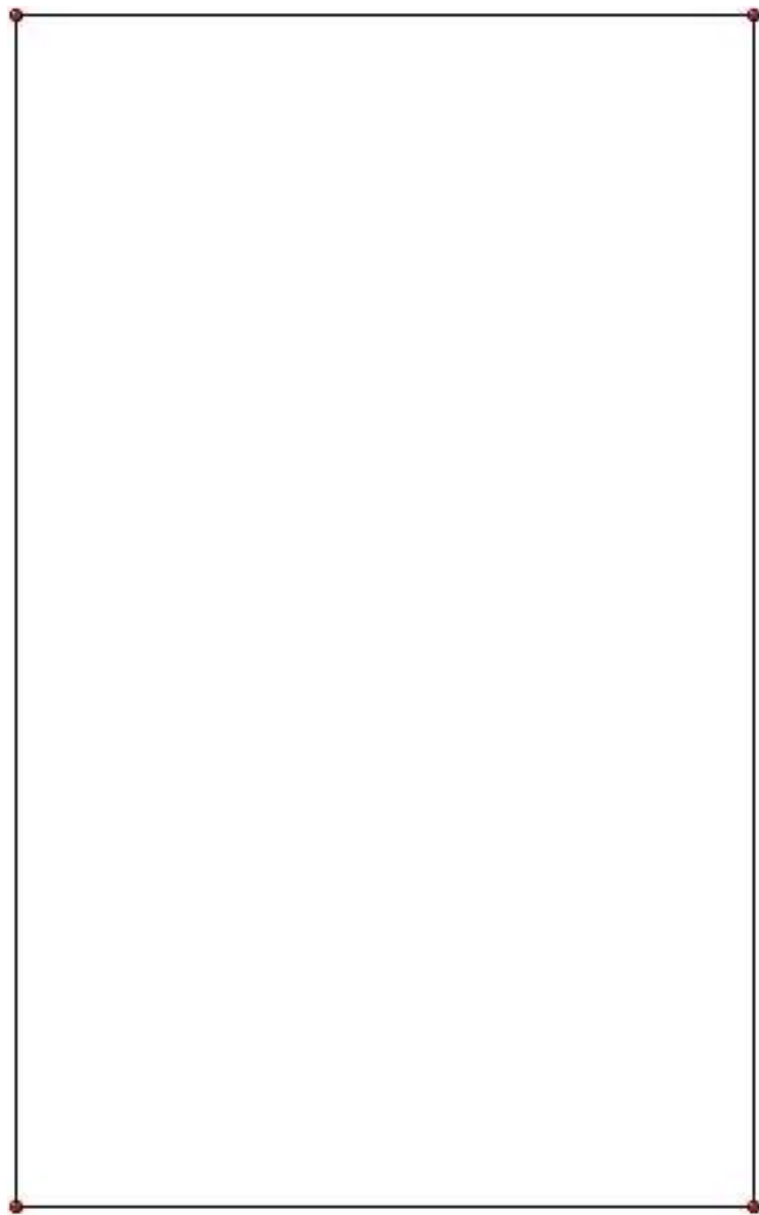
$$x = \frac{\alpha}{\beta}$$

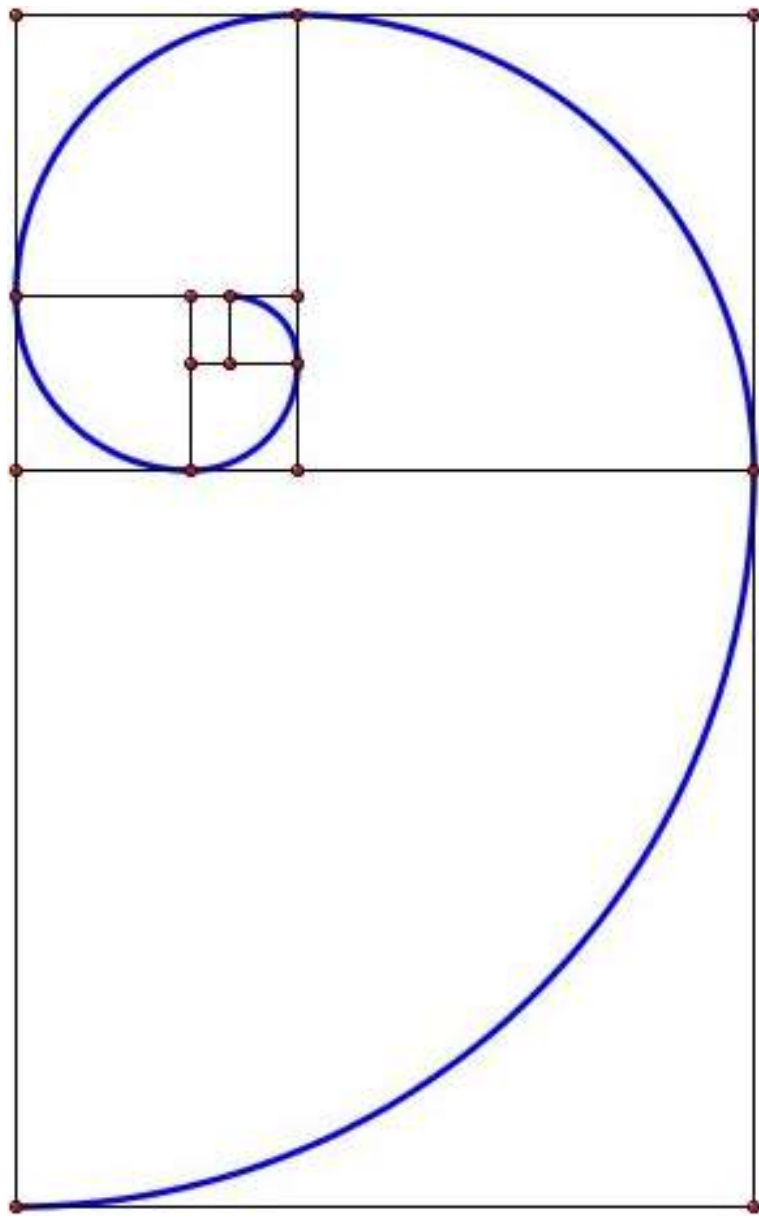


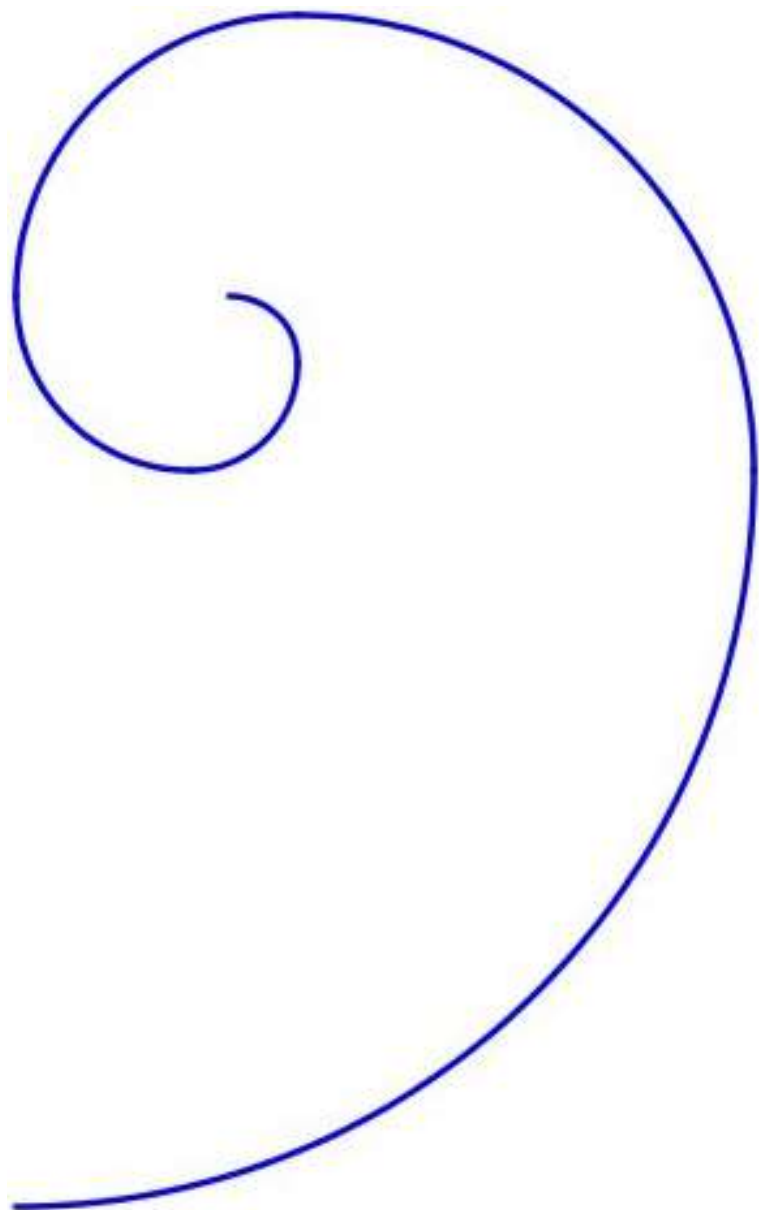
$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

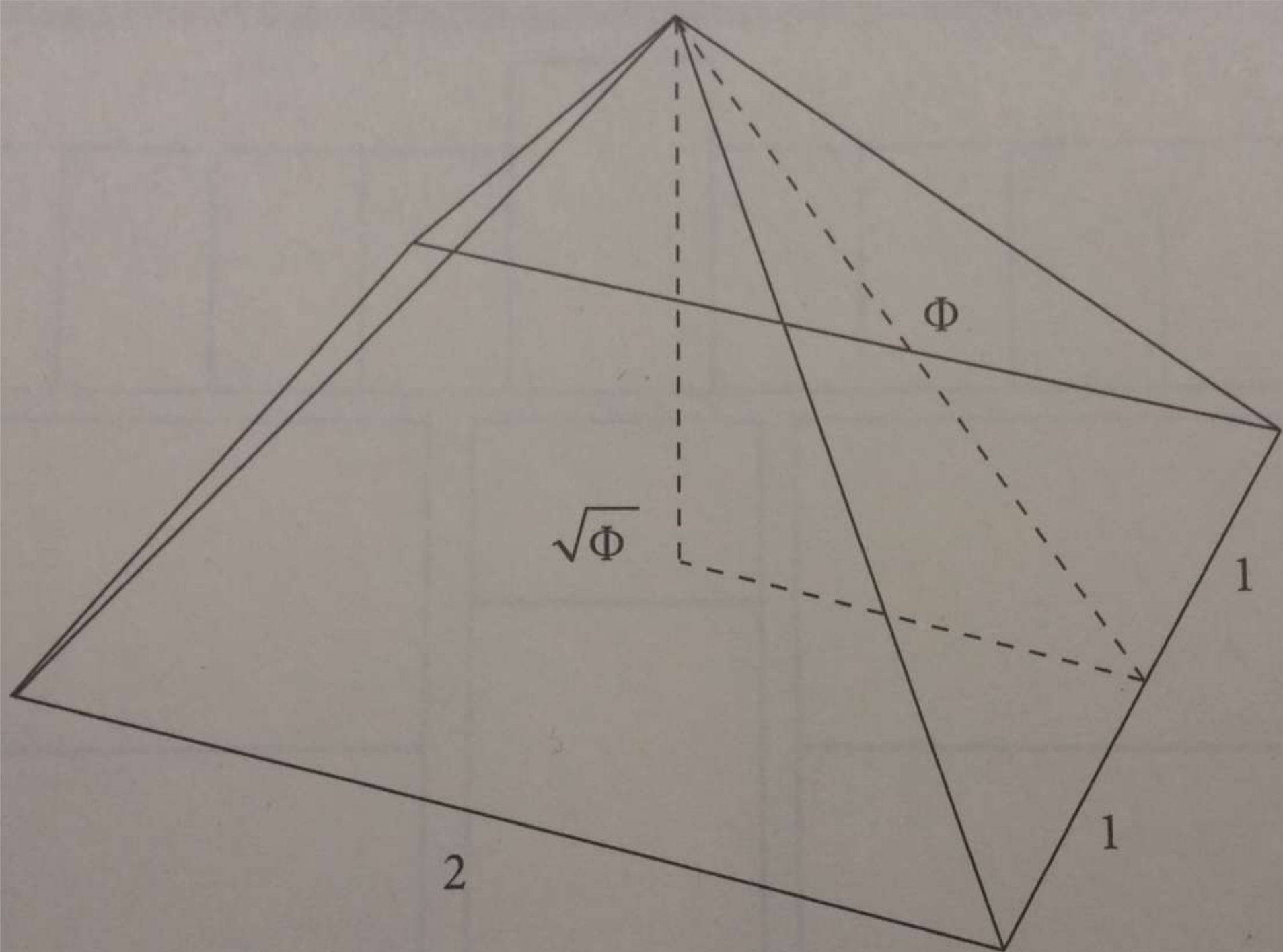
$$x = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{x}}\right)^2}}$$











Lambert Adolphe Jacque Quetelet

1796 - 1874

~1870

Οι άνθρωποι κατά μέσο
όρο ικανοποιούν τις
Χρυσές Αναλογίες

