

ΙΣΤΟΡΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΣΤΗΝ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Γεώργιος Στάμου

Τμήμα Μαθηματικών Α.Π.Θ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ, 16 ΜΑΪΟΥ 2019

ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΔΙΑΛΕΞΗΣ

- Ορισμός - Περιεχόμενο
- Η εξέλιξη
- Οι πρωτεργάτες
- Εργαλεία
- Εφαρμογές

ΣΤΑΘΜΟΙ ΣΤΗΝ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Ι. ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (~300 π. Χ.)

- Ορισμός των θεμελιωδών στοιχείων του χώρου
- Εισαγωγή της Αξιωματικής
- Άριστη ταξινόμηση και επεξεργασία της ύλης
- Άσπογη εφαρμογή των κανόνων της αποδεικτικής λογικής

Θεμελιωτής

- **Ευκλείδης** (~340 - 270 π. Χ.)

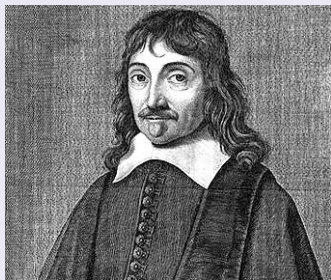


II. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ (1637) (ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ)

- Αλγεβροποίηση της Γεωμετρίας
- Εφαλτήριο για τη δημιουργία των πολυδιάστατων χώρων και κατ' επέκταση των πολυδιάστατων Γεωμετριών

Θεμελιωτές

- **R. Descartes** (1596 - 1650)
- *P. Fermat* (1601 - 1665)

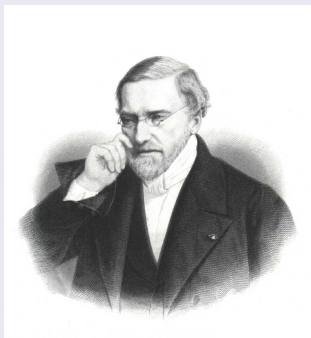


III. ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (1822)

- Μελέτη των κεντρικών και παράλληλων προβολών
- Ανυπαρξία μετρικών μεγεθών

Θεμελιωτές

- G. Desargues (1591 - 1661)
- B. Pascal (1623 - 1662)
- **J.-V. Poncelet** (1788 - 1867)
- A. F. Möbius (1790 - 1868)
- J. Steiner (1796 - 1863)
- K. G. C. von Staudt (1798 - 1867)
- J. Plücker (1801 - 1868)

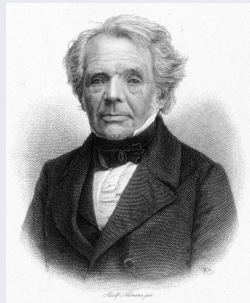


IV. ΑΦΦΙΝΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (1827)

- Γενικότερη της Ευκλείδειας Γεωμετρίας
- Ανυπαρξία μετρικών μεγεθών

Θεμελιωτές

- L. Euler (1707 - 1783)
- **A. F. Möbius** (1790 - 1868)
- G. Pick (1859 - 1942)
- W. Blaschke (1885 - 1962)



V. ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (1827)

- Χρήση του Διαφορικού και Ολοκληρωτικού Λογισμού για τη μελέτη των καμπυλών και επιφανειών

Θεμελιωτές

- G. Monge (1746 - 1818)
- **C. F. Gauss** (1777 - 1855)



VI. ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (1829)

- Αντικατάσταση του 5ου Αιτήματος του Ευκλείδη με άλλο και διατήρηση των υπολοίπων αξιωμάτων

Θεμελιωτές

- C. F. Gauss (1777 - 1855)
- **N. I. Lobachevsky** (1792 - 1856)
- J. Bolyai (1802 - 1860)



VII. ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΟΙ ΧΩΡΟΙ - ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΕΣ (1844)

- Χρήση περισσότερων των τριών συντεταγμένων για τον ορισμό ενός σημείου

Θεμελιωτές

- J. d' Alembert (1717 - 1783)
- L. Lagrange (1736 - 1813)
- **H. Grassmann** (1809 - 1877)
- G. Jacobi (1804 - 1850)



VIII. ΔΙΑΦΟΡΙΣΙΜΕΣ ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΕΣ - ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (**1854**)

- Θεμελίωση της σύγχρονης Γεωμετρίας

Θεμελιωτής

- **B. Riemann** (1826 - 1866)



ΙΧ. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΩΝ (**1872**) (ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ERLANGEN)

- Βασικό στοιχείο η ομάδα μετασχηματισμών

Θεμελιωτής

- **F. Klein** (1849 - 1928)

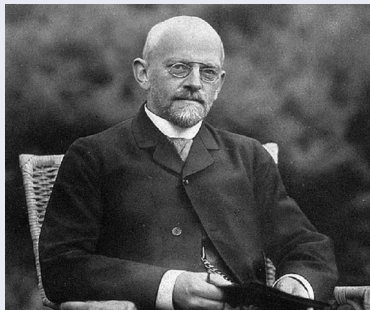


Χ. ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΥΝΟΛΩΝ (1899)

- *Αποφεύγεται ο ορισμός των θεμελιωδών στοιχείων του χώρου*
- *Συμπλήρωση του συστήματος αξιωμάτων του Ευκλείδη*

Θεμελιωτής

- **D. Hilbert** (1862 - 1943)



ΒΑΣΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΝΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΞΙΩΜΑΤΩΝ

1. Οι προτάσεις του συστήματος πρέπει να είναι **λογικά ανεξάρτητες** μεταξύ τους, με την έννοια ότι καμία από τις προτάσεις αυτές δεν είναι στο σύνολο ή εν μέρει λογική συνέπεια των υπολοίπων.
2. Το σύστημα πρέπει να είναι **απαληθιαγμένο αντιφάσεων**, με την έννοια ότι αφενός σε καμία από τις προτάσεις αυτές δεν υπάρχουν αντιφάσεις και αφετέρου δεν είναι δυνατόν να προκύψουν από αυτές συμπεράσματα όταν εφαρμοσθούν οι κανόνες της αποδεικτικής λογικής.
3. Το σύστημα να είναι **πλήρες**, με την έννοια ότι αφενός με τις προτάσεις αυτές εξασφαλίζεται το μονότιμο του καθορισμού των θεμελιωδών στοιχείων και αφετέρου οποιαδήποτε γεωμετρική ιδιότητα του χώρου που ανήκει στον υπό θεώρηση κλάδο να είναι δυνατόν να προκύψει ως λογική συνέπεια αυτών αποκλειστικώς.

XI. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΣΗΜΕΡΑ

- *Εντυπωσιακή η ανάπτυξή της*

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ (AMS)

51. GEOMETRY

- A. *Linear incidence geometry (11)*
- B. *Nonlinear incidence geometry (6)*
- C. *Ring geometry (2)*
- D. *Geometric closure systems (7)*
- E. *Finite geometry and special incidence structures (14)*
- F. *Metric geometry (6)*

- G. *Ordered geometries (ordered incidence structures, etc.)* (2)
- H. *Topological geometry* (7)
- J. *Incidence groups* (5)
- K. *Distance geometry* (3)
- L. *Geometric order structures* (5)
- M. *Real and complex geometry* (11)
- N. *Analytic and descriptive geometry* (8)
- P. *Geometry and physics* (2)

52. CONVEX AND DISCRETE GEOMETRY

- A. *General convexity* (19)
- B. *Polytopes and polyhedral* (14)
- C. *Discrete geometry* (15)

53. DIFFERENTIAL GEOMETRY

- A. *Classical differential geometry* (15)
- B. *Local differential geometry* (6)
- C. *Global differential geometry* (34)
- D. *Symplectic geometry, contact geometry* (18)
- Z. *Applications to physics* (2)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ν.Γ. Αυγελής: *Η έννοια της μαθηματικής αλήθειας και η απόδειξη του Gödel*. Θεσσαλονίκη 1972.
2. Κ.-R. Biermann: *Carl Friedrich Gauss. Der "Fürst der Mathematiker" in Briefen und Gesprächen*. Urania-Verlag 1990.
3. H. Brauner: *Gedanken über Geometrie*. Vortrag, Wien 1970.
4. W. Burau: *100 Jahre Erlanger Programm von Felix Klein*. Deut. Math. Ges. 1973.
5. C. Carathéodory: *Die Bedeutung des Erlanger Programms*. Gesammelte Mathematische Schriften Bd. V 1957, 45 – 51.
6. S.-S. Chern: *Differential Geometry; its past and its future*. Actes, Congrès, intern. math. (1970), 41 – 53.

7. S.-S. Chern: *From triangles to manifolds*. Monthly **86**, No. 5 (1979), 339 – 349.
8. S.-S. Chern: *Geometry and Physics*. Mathematical Mendley **8**, No. 1 (1980), 1 – 4.
9. S.-S. Chern: *What is Geometry?* Monthly **97**, No. 8 (1990), 679 – 686.
10. R. Courant und H. Robbins: *Was ist Mathematik?* Springer 1973.
11. D. Hilbert: *Grundlagen der Geometrie*. B. G. Teubner 1930.
12. F. Klein: *Vergleichende Betrachtungen über neue geometrische Forschungen*. Vortrag, Erlangen 1872.
13. *Lexikon der Mathematik Bd. 1 – 5*, Spektrum 2001 – 2002.
14. N. I. Lobachevsky: *Pangeometry*. European Mathematical Society 2010.

15. Ο. Πυλαρινός: *Μαθήματα Προβολικής Γεωμετρίας*. Θεσσαλονίκη 1959.
16. B. Riemann: *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Vortrag, Göttingen 1854.
17. P. und A. Schirokow: *Affine Differentialgeometrie*. B. G. Teubner 1962.
18. Β. Σπινόζα: *Ηθική*. Εκδόσεις “Δωδώνη”, Αθήνα 2007.
19. Ε. Σταμάτης: *Ευκλείδου Γεωμετρία τόμ. Ι - ΙV*. Αθήνα 1952 - 1957.
20. M.-M. Toepell: *Über die Entstehung von David Hilberts “Grundlagen der Geometrie”*. Dissertation, Göttingen 1986.