

Χτίζοντας μια θεωρία Βαρύτητας πέρα από τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Παναγιώτα Καντή

Τομέας Θεωρητικής Φυσικής, Τμήμα Φυσικής,
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Ομιλία Λέσχης Μαθηματικών “Μεθόδιος Ανθρακίτης”,
Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

11 Απριλίου 2019

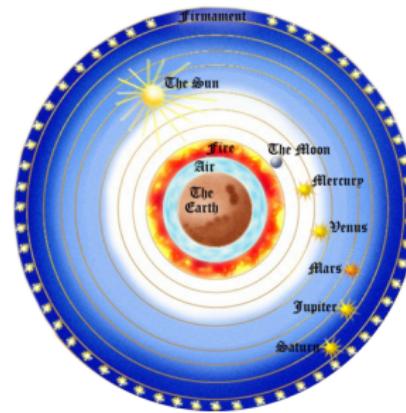
Δομή Ομιλίας:

- Η Νευτώνια Θεωρία Βαρύτητας
- Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας
 - Βαρυτικές Λύσεις
 - Κοσμολογικές Λύσεις
 - Επιτυχίες και Προβλήματα
- Τροποποιημένες Θεωρίες Βαρύτητας
 - Η top-down προσέγγιση
 - Η bottom-up προσέγγιση
- Συμπεράσματα

Η Νευτώνια Θεωρία

Η Βαρύτητα ήταν η πρώτη δύναμη που απασχόλησε τον άνθρωπο:

- Ποιο είναι το αίτιο που προκαλεί την πτώση των σωμάτων;
- Τι κρατά τα ουράνια σώματα ψηλά στον ουρανό;

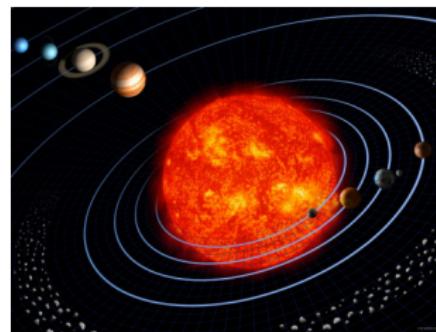
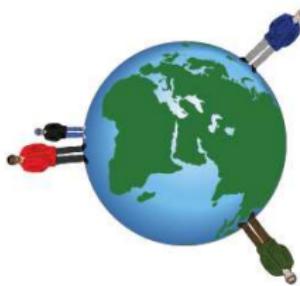


Διατυπώθηκαν πολλές 'Θεωρίες', μεταξύ αυτών η 'φυσική χίνηση' των σωμάτων και οι 'ουράνιες γυάλινες σφαίρες' (Αριστοτέλης)

Η Νευτώνια Θεωρία

Μέχρι την Αναγέννηση, η κατάσταση είχε γίνει πιο ξεχάθαρη:

- Η Γη έλκει προς το κέντρο της όλα τα σώματα που βρίσκονται κοντά της
- Όλοι οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον Ήλιο



Άρα, υπάρχει δράση από απόσταση (=μαγεία;) – ανάπτυξη του κινήματος του Ερμητισμού (οπαδός της ήταν και ο Νεύτωνας!)

Η Νευτώνια Θεωρία

Η πρώτη μαθηματική θεωρία για τη βαρυτική δύναμη διατυπώθηκε από τον Ισαάχ Νεύτωνα (1686) – ο παγκόσμιος νόμος της βαρύτητας έχει την μορφή:

$$F = G_N \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

Η θεωρία του Νεύτωνα ήταν συμβατή με τις παρατηρήσεις του Τ. Μπράχε (1580) αλλά και τους τρεις εμπειρικούς νόμους του Γ. Κέπλερ (1609)



Did you know? Sir Isaac Newton was born on January 4, 1643. He was a leader of the scientific revolution of the 17th century. Newton was a physicist and mathematician who laid the foundations of calculus. He studied planetary motion and is famous for discovering the law of gravity.

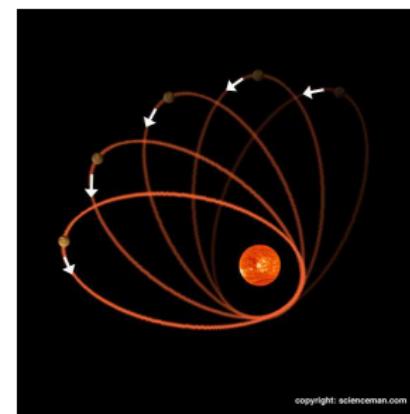
Η Νευτώνια Θεωρία

Εκτός ... από αυτή του πλανήτη Ερμή, ο οποίος εκτελεί μια περίεργη τροχιά στον ουρανό: η τροχιά του Ερμή γύρω από τον Ήλιο 'μεταπίπτει'

Η μετάπτωση βρέθηκε να είναι ίση με 0.164 μοίρες χάθε 100 χρόνια!

Η θεωρία του Νεύτωνα προέβλεπε 0.151 μοίρες χάθε 100 χρόνια....(;)

Παρόμοιες ανωμαλίες στις τροχιές του Ουρανού και του Ποσειδώνα οδήγησαν στην ανακάλυψη του Ποσειδώνα (1840) και του Πλούτωνα (1930) – και εδώ, ένας νέος 'αφανής' πλανήτης, ο Vulkan, προτάθηκε αλλά δεν βρέθηκε ...



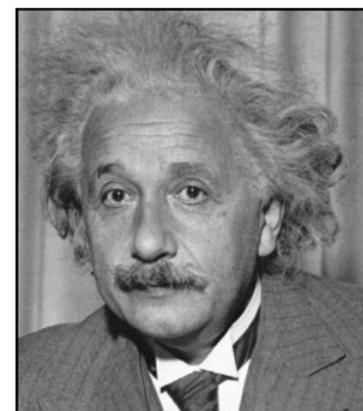
Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Η θεωρία του Νεύτωνα δεν ήταν επομένως όσο ακριβής θα θέλαμε ειδικά σε περιοχές έντονου βαρυτικού πεδίου

Ποιος όμως θα μπορούσε να φτιάξει μια καινούρια θεωρία για τη βαρύτητα;

Ο Άλμπερτ Αϊνστάιν (Albert Einstein, 1879-1955), ο οποίος μεταξύ άλλων διατύπωσε:

- την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, το 1905
- την Γενική Θεωρία της Σχετικότητας, το 1915



Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Νευτώνια Μηχανική επίσης δεν περιγράφει σωστά την κίνηση σωμάτων με μεγάλες ταχύτητες

- Η βασική ιδέα της Ε.Θ.Σ. είναι ότι ο χώρος και ο χρόνος αποτελούν δύο διάκριτα, ισοδύναμα κομμάτια ενός ενιαίου υποβάθρου, του **χωρόχρονου** (Minkowski)

Έτσι, αντί να μιλάμε για απόσταση δύο σημείων στον χώρο,

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

μιλάμε για ‘απόσταση’ ανάμεσα σε δύο γεγονότα μέσα στον χωρόχρονο

$$(\Delta s)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Ε.Θ.Σ. προβλέπει πολλά καινούρια φαινόμενα (διαστολή του χρόνου, συστολή του μήκους) που παρατηρούνται στον κόσμο των στοιχειωδών σωματιδίων

Τόσο ο Ευκλείδιος χώρος όσο και ο χωρόχρονος Minkowski είναι επίπεδοι – οι συντελεστές των απειροστών στοιχείων είναι μονάδες

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

↑ ↑ ↑ ↑
1 1 1 1

- Καμπύλος Χωρόχρονος: Προκύπτει εάν επιτρέψουμε μη τετριμένες συναρτήσεις μπροστά από τις απειροστές αποστάσεις

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Το ακόλουθο στοιχείο μήκους περιγράφει καμπύλο χωρόχρονο

$$ds^2 = -A(x^\mu) dt^2 + B(x^\mu) dx^2 + C(x^\mu) dy^2 + D(x^\mu) dz^2 = dx^\nu g_{\mu\nu} dx^\mu$$

και οι συναρτήσεις A, B, C, D αποτελούν στοιχεία του μετρικού τανυστή $g_{\mu\nu}$, ενός τανυστή 2ης τάξης (με 16 συνιστώσες)

Τα στοιχεία του μετρικού τανυστή εξαρτώνται από την κατανομή μάζας και ενέργειας ($T_{\mu\nu}$) στον χωρόχρονο, και προσδιορίζονται μέσω των εξισώσεων πεδίου του Αϊνστάιν

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

όπου $R_{\mu\nu}$ είναι ο τανυστής του Ricci, που δίνεται συναρτήσει παραγώγων του $g_{\mu\nu}$, ενώ $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$

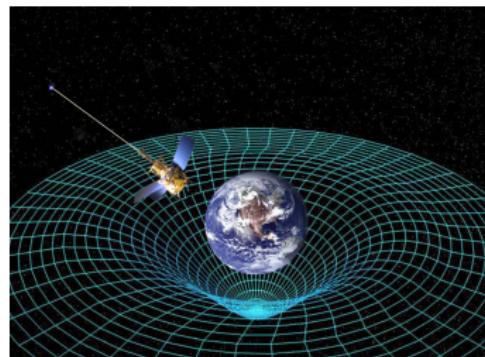
Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Η προηγούμενη εξίσωση μας λέει ότι:

$$\text{Καμπυλότητα} = \text{Ενέργεια ή Μάζα}$$

Η Γ.Θ.Σ. καταφέρνει:

- να εξηγήσει την μετάπτωση του περιηλίου του Ερμή
- να προβλέψει την εκτροπή των ακτίνων φωτός από τον Ήλιο
- να προβλέψει την βαρυτική εξασθένηση του φωτός
- να προβλέψει την βαρυτική διαστολή του χρόνου

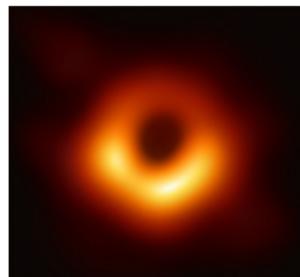


Βαρυτικές Λύσεις

Επίσης, προβλέπει την ύπαρξη γνωστών και άγνωστων βαρυτικών αντικειμένων. Π.χ. το στοιχείο μήκους

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \varphi d\varphi^2)$$

περιγράφει:



Αστέρα

Μαύρη Τρύπα

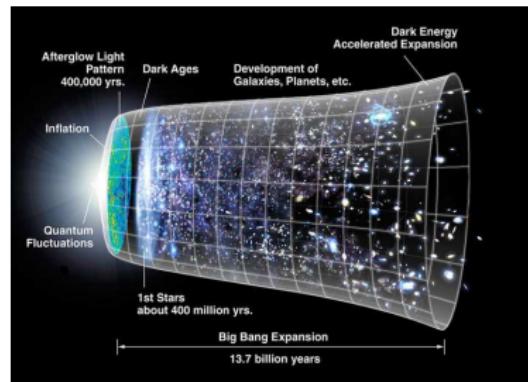
Σκουληκότρυπα

Κοσμολογικές Λύσεις

Επιπλέον, περιγράφει την χρονική εξέλιξη του σύμπαντος εάν θέσουμε

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\varphi d\varphi^2) \right]$$

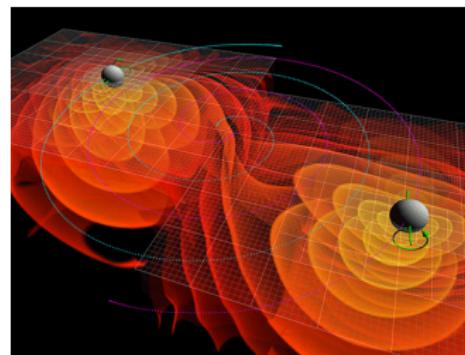
όπου $a(t)$ ο συντελεστής κλίμακας (ή 'ακτίνα') του σύμπαντος – ενός σύμπαντος που γεννήθηκε πριν από 14 δισεκατομμύρια χρόνια και από τότε διαστέλλεται συνεχώς (και για πάντα)



Επιτυχίες της Γ.Θ.Σ. !

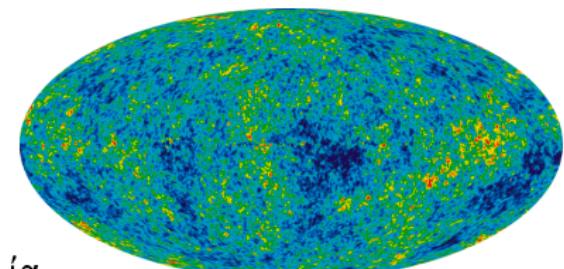
Στη Βαρυτική Πλευρά της:

- προβλέπει φαινόμενα και βαρυτικές λύσεις που σχεδόν όλα έχουν επιβεβαιωθεί
- προβλέπει βαρυτικά κύματα τα οποία παρατηρήθηκαν το 2015



Στη Κοσμολογική Πλευρά της:

- ενσωματώνει την διαστολή του σύμπαντος
- προβλέπει την συγχέντρωση των αρχέγονων στοιχείων
- προβλέπει την Κοσμική Ακτινοβολία Υποβάθρου (CMB)



Προβλήματα ...

Στη Βαρυτική Πλευρά της:

- προβλέπει μόνο 3 οικογένειες λύσεων μαύρων τρυπών – γιατί; \implies πρόβλημα απώλειας της πληροφορίας
- οι λύσεις σκουληκότρυπων που προβλέπει είναι πάντα ασταθείς και μη διασχίσιμες (χρίμα ...)

Στην Κοσμολογική Πλευρά της:

- προβλέπει μια Αρχική Ανωμαλία (το γνωστό Big Bang) για το σύμπαν μας
- προβλέπει την ύπαρξη 'σκοτεινής ύλης' που δεν ακτινοβολεί
- απαιτεί την ύπαρξη της 'σκοτεινής ενέργειας' για την επιταχυνόμενη διαστολή του σύμπαντος
- τα δύο αυτά 'σκοτεινά συστατικά' φαίνεται να αποτελούν το 95% της συνολικής ενέργειας του σύμπαντος!

Πέρα από τη Γ.Θ.Σ.

Τα ‘σκοτεινά’ αυτά συστατικά μας θυμίζουν ίσως τον αφανή πλανήτη Vulkan που επινοήθηκε στα 1900 για να χαλύψει τις αδυναμίες της Νευτώνιας Θεωρίας ...

Μήπως βρισκόμαστε σε ένα κομβικό σημείο όπου απαιτείται πια μια καινούρια Θεωρία για τη Βαρύτητα;

Άλλωστε, η Γ.Θ.Σ.:

- είναι μια κλασική Θεωρία που ισχύει για μικρές ενέργειες
- δεν ενοποιείται με τις υπόλοιπες δυνάμεις

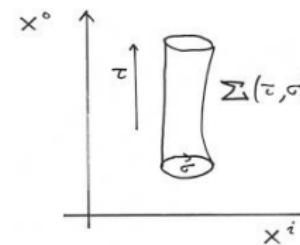
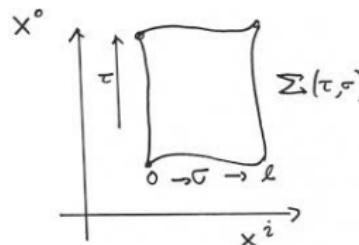
Μια Κβαντική Θεωρία Βαρύτητας θα ήταν απαλλαγμένη από τα παραπάνω δύο προβλήματα και ίσως έδινε αυτόματα λύση και στα προηγούμενα

H top-down προσέγγιση

Προουποθέτει την διατύπωση της Κβαντικής Θεωρίας Βαρύτητας με αυστηρό, μαθηματικό τρόπο απευθείας στις υψηλές ενέργειες και την μελέτη των συνεπειών της στο όριο των χαμηλών ενεργειών που ζούμε (top \Rightarrow down)

Δυστυχώς, αυτό ακόμα δεν έχει επιτευχθεί... Στο παρελθόν, πιστέψαμε ότι είχαμε έρθει πολύ κοντά σε αυτό με την ...

- Θεωρία Υπερχορδών: Μια γεωμετρική θεωρία σε ανώτερο αριθμό διαστάσεων ($D = 10 = 1 + 9$) που τα δομικά της στοιχεία είναι, όχι σημειακά σωματίδια, αλλά χορδές



H top-down προσέγγιση

Μια απλή μορφή της θεωρίας των χορδών δίνεται από την δράση

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma \sqrt{h} h^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu g_{\mu\nu}$$

όπου X^μ είναι το διάνυσμα θέσης στον $10D$ χωρόχρονο ενός τυχαίου σημείου επάνω στο ‘κοσμικό σεντόνι’

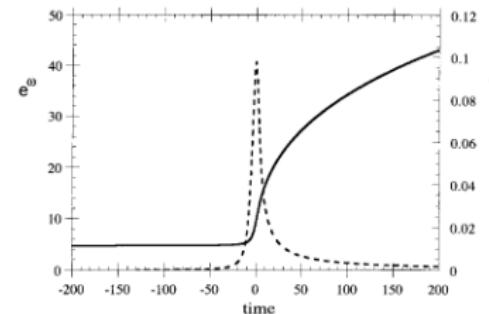
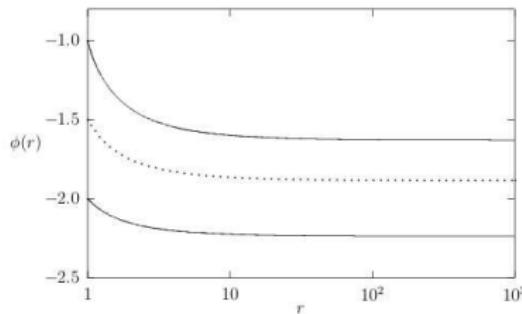
Στο όριο των χαμηλών ενεργειών, η θεωρία των υπερχορδών ανάγεται σε μια πλούσια αλλά περίπλοκη βαρυτική θεωρία

$$\begin{aligned} S_4 &= \int d^4x \left[R + (\partial_\mu\phi)^2 + e^{-2\phi}(\partial_\mu a)^2 + \alpha' e^\phi \left(R_{GB}^2 - F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \right) \right. \\ &\quad \left. + \alpha' a \left(\mathcal{R}\tilde{\mathcal{R}} - F\tilde{F} \right) + \mathcal{O}(\alpha'^2) + \dots \right] \sqrt{-g} \end{aligned}$$

όπου: $R_{GB}^2 = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

H top-down προσέγγιση

Η ενεργός θεωρία των υπερχορδών στις χαμηλές ενέργειες οδηγεί σε μια πληθώρα λύσεων με φυσικό ενδιαφέρον



Μαύρες Τρύπες με βαθμωτό πεδίο

Κοσμ. Λύσεις χωρίς
Αρχική Ανωμαλία

Οι επιλογές όμως είναι πολύ λίγες και εξαντλούνται γρήγορα ...

H bottom-up προσέγγιση

Εναλλακτικά, μπορούμε να ‘χτίσουμε’ μια ενεργό θεωρία στις χαμηλές ενέργειες, αντλώντας έμπνευση από την θεωρία των υπερχορδών, που θα οδηγεί σε ενδιαφέρουσες λύσεις

Υποθέτουμε ότι μια τέτοια ενεργός θεωρία θα είναι το όριο μιας πλήρους, θεμελιώδους θεωρίας για την Βαρύτητα σε υψηλές ενέργειες ($\text{bottom} \implies \text{up}$)

Τέτοιες τροποποιημένες θεωρίες Βαρύτητας μελετώνται εντατικά εδώ και τρεις δεκαετίες από τους επιστήμονες με την μορφή

- της ενεργού θεωρίας των υπερχορδών
- της ενεργού θεωρίας Lovelock (Γ.Θ.Σ. σε $D > 4$)
- των θεωριών Horndeski-Galileon (Βαρύτητα και ϕ)

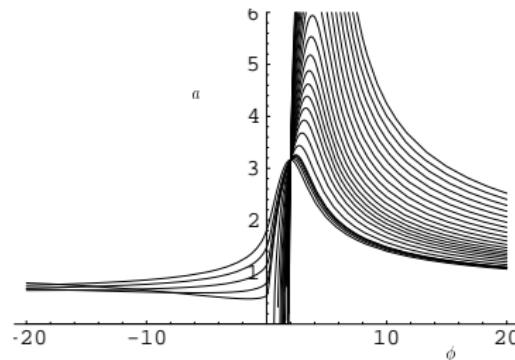
H bottom-up προσέγγιση

Ας θεωρήσουμε π.χ. την απλή θεωρία

$$S_4 = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R + (\partial_\mu \phi)^2 + \alpha' f(\phi) R_{GB}^2 \right]$$

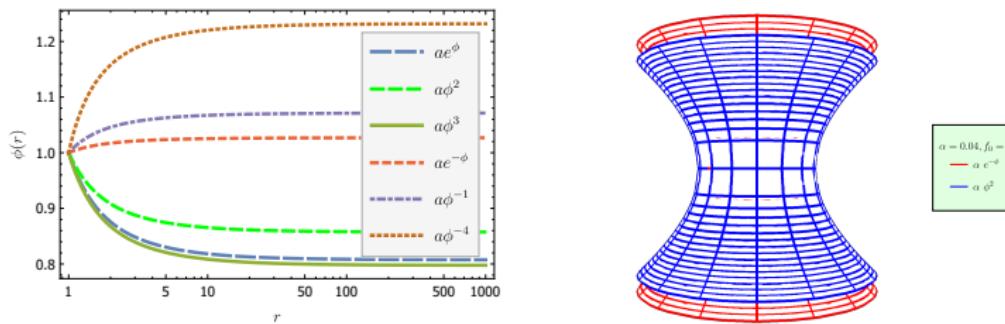
όπου $f(\phi)$ μια τυχαία συνάρτηση σύζευξης – αν $f(\phi) = e^\phi$, επιστρέφω στην ενεργό θεωρία των υπερχορδών

Για $f(\phi) = \phi^{2n}$, βρήκαμε χοσμ. λύσεις χωρίς Αρχική Ανωμαλία:



H bottom-up προσέγγιση

Αποδεικνύεται ότι η απλή αυτή θεωρία είναι ιδιαίτερα πλούσια σε λύσεις! Πρόσφατα βρήκαμε πληθώρα λύσεων μαύρων τρυπών με scalar hair και ευσταθών σκουληκότρυπων για τυχαία $f(\phi)$:



... παρουσία του τετραγωνικού γεωμετρικού όρου Gauss-Bonnet

$$R_{\text{GB}}^2 = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2,$$

Συμπεράσματα

- Από τις αρχές του 20ου αιώνα, όλες (σχεδόν) οι προβλέψεις της Γ.Θ.Σ. έχουν επιβεβαιωθεί
- Όμως, και η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας δεν φαίνεται να είναι η πιο θεμελιώδης θεωρία για τη Βαρύτητα
- Για να βρεθεί η τελική αυτή θεωρία έχουν χρησιμοποιηθεί τόσο η top-down όσο και η bottom-up προσέγγιση
- Στα πλαίσια της bottom-up προσέγγισης, η θεωρία του Αινστάιν που πλαισιώνεται από ένα βαθμωτό πεδίο και τον όρο Gauss-Bonnet οδηγεί σε εξαιρετικά ενδιαφέροντα αποτελέσματα
- Είναι ο όρος Gauss-Bonnet χομμάτι της τελικής θεωρίας της Βαρύτητας; Απομένει να το δούμε...

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Έστω ένα αεροπλάνο που πετά σε υψόμετρο $H = 10000$ m με ταχύτητα $v = 700$ Km/ώρα. Τότε το ρολόι του θα δείχνει:

- Λόγω της κίνησής του, από την Ε.Θ.Σ.:

$$\Delta t' \simeq \Delta t \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) = \Delta t (1 - 2 \times 10^{-11})$$

- Λόγω του υψομέτρου του, από την Γ.Θ.Σ.:

$$\Delta t' \simeq \Delta t \left(1 + \frac{gH}{c^2} \right) = \Delta t (1 + 1 \times 10^{-12})$$

Αποκατάσταση του ‘ταυτόχρονου’ μεταξύ ενός αχίνητου και ενός ιπτάμενου ρολογιού εάν $v^2 = 2gH$, δηλαδή $v = 1600$ Km/ώρα