



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



Εβδομαδιαίο Σεμινάριο

Ελαχιστοποίηση ενέργειας και τυπική δυϊκότητα σε πεπερασμένες κυκλικές ομάδες

Ρωμανός-Διογένης Μαλικιώσης

Τμήμα Μαθηματικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Αριθμητικές μελέτες των Cohn, Kumar, Schurmann σε περιοδικούς σχηματισμούς ελάχιστης ενέργειας πυκνοτήτων ρ και $1/\rho$ φανέρωσαν ένα εντυπωσιακό είδος συμμετρίας, της λεγόμενης τυπικής δυϊκότητας. Τυπικώς δυϊκά περιοδικά υποσύνολα του \mathbb{R}^n ικανοποιούν μια γενικευμένη εκδοχή του τύπου του Poisson, και εικάζεται πως τα μόνα περιοδικά υποσύνολα του \mathbb{R} πυκνότητας 1 που έχουν τυπικώς δυϊκά σύνολα είναι τα \mathbb{Z} και $2\mathbb{Z}/(2\mathbb{Z} + 1/2)$.

Μια ισοδύναμη διατύπωση αυτής της εικασίας στο περιβάλλον των πεπερασμένων κυκλικών ομάδων αναφέρει πως οι μόνες περιπτώσεις μη τετριμμένων τυπικώς δυϊκών υποσυνόλων σε κυκλικές ομάδες είναι οι $\{0\}$ στο \mathbb{Z}/\mathbb{Z} και $\{0, 1\}$ στο $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$. Αυτή η εικασία έχει επιβεβαιωθεί για κυκλικές ομάδες τάξεως δύναμης πρώτου και ελεύθερης τετραγώνου.

Στην ομιλία αυτή, θα αποδείξουμε την εικασία αυτή και σε διάφορες άλλες περιπτώσεις, όπως σε κυκλικές ομάδες τάξεως γινομένου δύο πρώτων δυνάμεων (με πεπερασμένου πλήθους εξαιρέσεων για κάθε ζεύγος πρώτων) ή

τάξεως διαιρετής ακριβώς από έναν πρώτο, εφόσον αυτός ο πρώτος είναι αυτοσυζυγής ως προς την τάξη της ομάδας.

Για τις παραπάνω αποδείξεις χρησιμοποιούνται διάφορα εργαλεία: (α) η μέθοδος καθόδου σωμάτων (field descent method) που αναπτύχθηκε από τον Bernhard Schmidt με εφαρμογές κατ' αρχήν στη μερική επίλυση της κυκλικής εικασίας Hadamard, όπως επίσης και στην αλγεβρική θεωρία κωδικοποίησης, (β) η πολυωνυμική μέθοδος των Coven & Meyerowitz για τον χαρακτηρισμό υποσυνόλων του \mathbb{Z} ή του $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ που είναι tiles, (γ) βασική αριθμητική κυκλοτομικών σωμάτων.

Πέμπτη 14 Νοεμβρίου 2019, 13:00

Αίθουσα 201α Τμήματος Μαθηματικών

Μετά την ομιλία ακολουθεί καφές και συζήτηση στο εντευκτήριο του Τμήματος