



ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΑ ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θετικές λύσεις για ιδιάζοντα μη γραμμικά ελλειπτικά προβλήματα συνοριακών τιμών

Γεώργιος Σμυρλής

Τομέας Μαθηματικών, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ

Μελετάμε την ύπαρξη θετικών λύσεων για παραμετρικά ιδιάζοντα μη γραμμικά ελλειπτικά προβλήματα συνοριακών τιμών της μορφής

$$\begin{cases} -\Delta_p u(z) = \beta(z)u(z)^{-\gamma} + \lambda f(z, u(z)) & \text{σχ. π. στο } \Omega, \\ u|_{\partial\Omega} = 0, \quad u > 0, \quad \lambda > 0, \quad \gamma \in (0, 1), \end{cases} \quad (P)_\lambda$$

όπου $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$ ($N \geq 1$) φραγμένο πεδίο με λείο σύνορο $\partial\Omega$, Δ_p είναι η p -Λαπλασιανή, δηλ., $\Delta_p = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2}\nabla u)$, $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$, $1 < p < \infty$, $\beta \in L^\infty(\Omega)$ με $\operatorname{ess\,inf}_\Omega \beta > 0$, $f \in C(\bar{\Omega} \times \mathbb{R})$ και λ παράμετρος.

Κάτω από κατάλληλες συνθήκες για την f , αποδεικνύουμε ένα αποτέλεσμα διακλάδωσης. Συγκεκριμένα, αποδεικνύουμε την ύπαρξη ενός $\lambda_* > 0$ ώστε το πρόβλημα $(P)_\lambda$ έχει δύο θετικές λύσεις για $\lambda \in (0, \lambda_*)$, μία θετική λύση για $\lambda = \lambda_*$, ενώ για $\lambda > \lambda_*$ δεν έχει θετικές λύσεις. Η αποδεικτική διαδικασία βασίζεται στη χρήση μεταβολικών μεθόδων σε συνδυασμό με τεχνικές αποκοπής και με θεωρήματα σύγκρισης. Επιπλέον μελετώνται και μη παραμετρικά ιδιάζοντα προβλήματα σε κάποια από τα οποία η p -Λαπλασιανή υποκαθίσταται από ελλειπτικούς διαφορικούς τελεστές δεύτερης τάξης γενικότερης μορφής.

Αίθουσα Σεμιναρίων Τμήματος Μαθηματικών • Τετάρτη, 3 Δεκεμβρίου 2014, 17:30