



ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΑ ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Μη γραμμικοί μονότονοι τελεστές σε χώρους Banach και εφαρμογές

Δημήτριος Κραββαρίτης

Τομέας Μαθηματικών, ΣΕΜΦΕ, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Έστω X ένας χώρος Banach και X^* ο δυϊκός του χώρος. Ένας τελεστής $T : X \rightarrow X^*$ εν γένει μη γραμμικός ονομάζεται μονότονος αν

$$(T(x) - T(y), x - y) \geq 0, \quad \forall x, y \in X,$$

όπου με (f, x) συμβολίζεται η τιμή της f στο x .

Η θεωρία των μονότονων τελεστών που αναπτύχθηκε κυρίως από τους F. Browder και T. Rockafellar τις δεκαετίες του 60 και 70, αποτέλεσε ένα βασικό εργαλείο για τη μελέτη μη γραμμικών προβλημάτων. Η σπουδαιότητα των τελεστών αυτών βρίσκεται στο γεγονός ότι, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, έχουν την ιδιότητα να είναι επί. Οι εφαρμογές των μονότονων τελεστών αναφέρονται κυρίως σε θέματα ύπαρξης λύσεων α) εξελικτικών (evolution) εξισώσεων, β) ελλειπτικών προβλημάτων συνοριακών τιμών και γ) ολοκληρωτικών εξισώσεων.

Η έννοια του μονότονου τελεστή επεκτείνεται και σε πλειονότιμους τελεστές με χαρακτηριστικό παράδειγμα, το υποδιαφορικό $\partial\phi$ μιας κυρτής συνάρτησης ϕ . Στα πλαίσια της θεωρίας των πλειονότιμων μονότονων τελεστών εξετάζεται το πρόβλημα ύπαρξης λύσεων για εξελικτικές εξισώσεις σε χώρους Hilbert της μορφής

$$-\dot{x}(t) \in \partial\phi(x) + F(t, x(t)), \quad t \in [0, b], \quad x(0) = x_0,$$

όπου $\phi : H \rightarrow \mathbb{R}$ κυρτή, κάτω ημισυνεχής, $F : [0, b] \times H \rightarrow H$ πλειονότιμος τελεστής, H διαχωρίσιμος χώρος Hilbert.

Αίθουσα Σεμιναρίων Τμήματος Μαθηματικών • Τετάρτη, 26 Φεβρουαρίου 2014, 17:30