



ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΑ ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ de GUA ΚΑΙ ΟΙ ΓΕΝΙΚΕΥΣΕΙΣ ΤΟΥ

Θεόδωρος Σ. Μπόλης

Ομότιμος Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Το Θεώρημα του de Gua είναι μία φυσική γενίκευση του Θεωρήματος του Πυθαγόρα.

Θεώρημα de Gua: Σε ένα τρισσορθογώνιο τετράεδρο το άθροισμα των τετραγώνων των εμβαδών των τριών καθέτων εδρών ισούται με το τετράγωνο του εμβαδού της τέταρτης έδρας. Δηλαδή, αν $OAB\Gamma$ είναι ένα τρισσορθογώνιο τετράεδρο, τότε

$$(OAB)^2 + (OAG)^2 + (OB\Gamma)^2 = (AB\Gamma)^2.$$

Το Θεώρημα γενικεύεται κατά δύο τρόπους.

Πρώτος τρόπος: Στον ν -διάστατο Ευκλείδειο χώρο θεωρούμε ένα ν -διάστατο ορθογώνιο άπλοκο (simplex) $OA_1A_2 \dots A_\nu$. Έστω E_1, E_2, \dots, E_ν τα $(\nu-1)$ -διάστατα μέτρα των ορθογωνίων $(\nu-1)$ -διάστατων απλόκων (εδρών) και E το $(\nu-1)$ -διάστατο μέτρο του υπόλοιπου $(\nu-1)$ -διάστατου απλόκου («απέναντι έδρας»). Τότε ισχύει

$$(E_1)^2 + (E_2)^2 + \dots + (E_\nu)^2 = E^2.$$

Δεύτερος τρόπος: Στον τρισδιάστατο Ευκλείδειο χώρο θεωρούμε μία πυραμίδα $OA_1A_2 \dots A_\nu$. Έστω E_1, E_2, \dots, E_ν τα εμβαδά των παράπλευρων εδρών, E το εμβαδόν της βάσης και $\theta_j, j = 1, 2, \dots, \nu$, οι δίεδρες γωνίες μεταξύ των εδρών που έχουν κοινή την ακμή OA_j . Τότε ισχύει

$$E^2 = (E_1)^2 + (E_2)^2 + \dots + (E_\nu)^2 - \sum (E_j)(E_{j+1}) \cos \theta_{j+1}.$$

Δεν απαιτείται κυρτότητα! Γενικεύσεις για πιο πολύπλοκα πολυδιάστατα σχήματα.

Αίθουσα Σεμιναρίων Τμήματος Μαθηματικών, 27 Νοεμβρίου 2013, 17:30