



ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΑ ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πρόσφατα αποτελέσματα και ανοικτά προβλήματα
επί των συμπαγών ομογενών πολλαπλοτήτων Einstein

Ανδρέας Αρβανιτογεώργος

Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών

Μια πολλαπλότητα Riemann (M, g) ονομάζεται Einstein εάν ο τανυστής Ricci ικανοποιεί την εξίσωση $\text{Ric}(g) = cg$ για κάποια σταθερά $c \in \mathbb{R}$. Για την περίπτωση μιας ομογενούς πολλαπλότητας Riemann $(M = G/H, g)$, όπου G είναι μια συμπαγής ομάδα Lie και H μια κλειστή υποομάδα της G , το κεντρικό πρόβλημα αφορά την ταξινόμηση όλων των G -αναλλοίωτων μετρικών Einstein. Στην παρούσα ομιλία θα αναφερθώ σε μερικά πρόσφατα αποτελέσματα σχετικά με το πρόβλημα αυτό για δύο σημαντικές κλάσεις ομογενών χώρων, τις γενικευμένες πολλαπλότητες σημαιών και τις πολλαπλότητες Stiefel. Μια γενικευμένη πολλαπλότητα σημαιών είναι ένας ομογενής χώρος της μορφής $M = G/H = G/C(S)$, όπου G είναι μια συμπαγής και ημιαπλή ομάδα Lie και $C(S)$ η κεντροποιούσα υποομάδα ενός δακτυλίου S στην G . Ισοδύναμα, είναι η τροχιά της συζυγούς αναπαράστασης της G . Μια (πραγματική) πολλαπλότητα Stiefel $V_k \mathbb{R}^n$ είναι το σύνολο όλων των ορθοκανονικών k -πλαισίων στον \mathbb{R}^n και είναι αμφιαδιαφορική με τον ομογενή χώρο $SO(n)/SO(n-k)$. Η βασική διαφορά μεταξύ των δύο αυτών χώρων είναι ότι στην πρώτη περίπτωση η ισοτροπική αναπαράσταση είναι ευθύ άθροισμα μη αναγώγιμων και μη ισοδύναμων υποαναπαράστασεων, ενώ στην δεύτερη περίπτωση η ισοτροπική αναπαράσταση περιέχει ισοδύναμες υποαναπαράστασεις. Και στις δύο περιπτώσεις, οι δυσκολίες που παρουσιάζονται σχετικά με το πρόβλημα των μετρικών Einstein αφορούν στην περιγραφή του τανυστή Ricci, των G -αναλλοίωτων μετρικών, αλλά και στην επίλυση αλγεβρικών συστημάτων εξισώσεων. Σε πολλές περιπτώσεις τα συστήματα αυτά έχουν συντελεστές παραμέτρους και χρησιμοποιούμε βάσεις Gröbner προκειμένου να αποδείξουμε την ύπαρξη θετικών λύσεων.

Αίθουσα Σεμιναρίων Τμήματος Μαθηματικών • Τετάρτη, 28 Ιανουαρίου 2015, 13:00